INSTITUTO DE MATEMÁTICA DA UFBA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
LIMITES E DERIVADAS – MAT B33 - 2008.2 – Profª Graça Luzia

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Usando a definição, verifique se as funções a seguir são deriváveis em x_0 e em caso afirmativo, determine $f'(x_0)$:

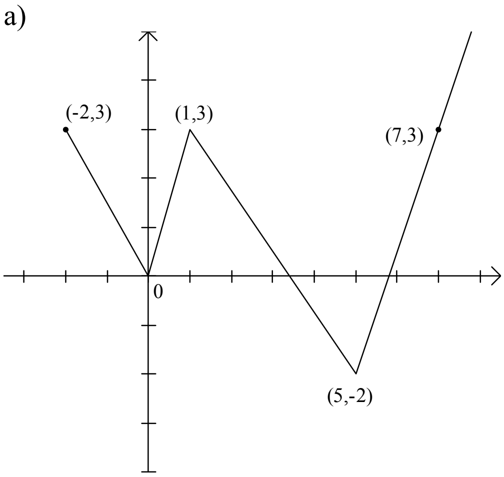
a) $f(x) = \begin{cases} -3x, x \le 2 \\ x-8, x > 2 \end{cases}$ $(x_0 = 2)$ b) $f(x) = x^2\,|x|$ $(x_0 = 0)$ c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ $(x_0 = 0)$

d) $f(x) = 2x^3 + 2$ $(x_0 = 2)$ e) $f(x) = x^n$, $n \in N^*$ $(x_0 \in R)$ f) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} - 1, & x > 1 \\ x - 1, & x \le 1 \end{cases}$ $(x_0 = 1)$.

2) Verifique em que ponto(s) a função $f(x) = |x^2 - 1|$ não é derivável. Justifique sua resposta.

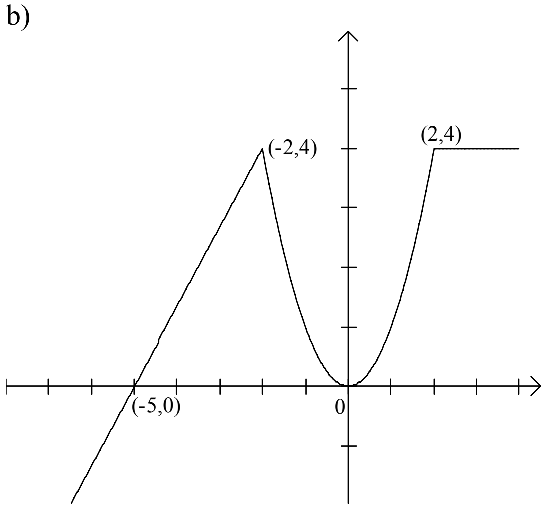
3) Esboce o gráfico de f' sabendo que f é dada pelo gráfico:

a)



$D(f) = [-2, +\infty)$

b)



$D(f) = R$
obs: No intervalo $[-2,2]$, $f(x) = x^2$

4) Determine as constantes a e b de modo que f seja derivável

a) em $x = 1$, sendo $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b, x \le 1 \\ x^{-1} \quad , x > 1 \end{cases}$.

b) em $x = -1$, sendo $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -1 \\ ax + b, & x \ge -1 \end{cases}$

5) Determine as derivadas das funções a seguir:

a) $y = 2x^4 - 3x^2 + x - 3$ b) $x = \dfrac{2(2z-1)}{\sqrt{3}}$ c) $w = \dfrac{3}{4y} + 2y\left(\sqrt[3]{y^2}\right) + \dfrac{3}{\sqrt{y}}$

d) $u = \dfrac{t+5}{t-7}$ e) $y = \dfrac{-5}{6x^3 - 1} + x^3 . \ln\sqrt{\pi}$ f) $y = x^{2/3}(2x^{1/3} - 1)$

g) $y = 2^x(x^3 + x + 1)$

6) Determine a derivada de cada uma das funções a seguir:

a) $y = (-2/5)senx + 9secx$ b) $y = x\ senx + cosx$ c) $f(x) = 2senx\ cosx + 8tgx\ secx$

d) $g(t) = \dfrac{tg\, t - 1}{sec\, t}$ e) $g(x) = \dfrac{sen\, x + cos\, x}{sen\, x - cos\, x}$ f) $y = \dfrac{e^x}{senx}$

7) Determine as equações das retas tangente e normal ao gráfico de f no ponto de abscissa x_0:

a) $f(x) = 2x^3 + 3x - 1$; $x_0 = 1$ b) $f(x) = tg\, x$; $x_0 = \pi/4$ c) $f(x) = cossec\, x$; $x_0 = \pi/2$

8) Determine as abscissas dos pontos do gráfico de $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x$ nos quais a reta tangente é:

a) horizontal b) paralela à reta $2y + 8x - 5 = 0$

9) Em que ponto da curva $y = 2 + x^2$ a reta tangente tem ângulo de inclinação $\pi/3$?

10) Caso exista, determine o(s) ponto(s) da curva $f(x) = 1/x$, no qual a reta tangente é paralela à:

a) 1ª bissetriz b) 2ª bissetriz

11) Seja $f(x) = b - (x^2/16)$. Determine a constante b de modo que a reta que passa pelos pontos M(0,5) e N(5/2,0) seja tangente ao gráfico de f.

12) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e perpendicular à reta $2y + x = 3$.

13) Determine a equação da reta que passa pelo ponto P(0,2) e é tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$. Ilustre a interseção construindo o gráfico.
(Observe que o ponto P não pertence ao gráfico da função $f(x) = x^3$)

14) Determine a equação da reta tangente comum aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = x^2 + (1/2)$.

15) Determine $f'(x)$ supondo g e h deriváveis e $f(x) = \dfrac{(xh(x))^3}{g(x)}$, $g(x) \neq 0$

16) Para cada uma das funções seguintes, determine as derivadas indicadas:

a) $f(u) = u^2$, $u(x) = x^3 - 4$, $(f\ o\ u)'(x)$ e $(f\ o\ u)'(1)$;

b) $y = u\ sen(u)$, $u = x^2$, $\dfrac{dy}{dx}$ e $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{\left(x_o = \sqrt{\pi}\right)}$;

c) $f(u) = \sqrt[3]{u^2}$, $u(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1}$, $(f\ o\ u)'(x)$ e $(f\ o\ u)'(1)$;

d) $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$, $f'(x)$ e $f'(4)$;

e) $f(x) = x.sen(\frac{\pi}{5} + 3x) + \cos^2(\frac{\pi}{5} + x)$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

f) $f(t) = 2^{3t} + 2^{-3t}$, $f'(t)$ e $f'(0)$;

g) $f(x)=\ln\left(\sqrt{\dfrac{1+senx}{1-senx}}\right)$, $f'(x)$ e $f'\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)$;

h) $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

i) $f(x)=\ln\left[tg\left(x^{3}-x+e^{x}\right)\right]$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

17) Encontre a expressão da segunda derivada das funções dos seguintes itens da primeira questão e o seu valor nos pontos indicados:

a) No ponto de abscissa $x_0 = 1$, no item a)

b) No ponto de abscissa $x_0 = \sqrt{\pi}$, no item b)

c) No ponto de abscissa $x_0 = 0$, no item g)

d) No ponto de abscissa $x_0 = 0$, no item h)

18) Para cada um dos itens a seguir determinar:

a) $f'(3)$, sendo $f(5 + 2x) + f(2x^2 + 1) = 4x^2 + 4x + 2$;

b) $f'(0)$, sendo $f(senx-\dfrac{\sqrt{3}}{2})=f(3x-\pi)+3x-\pi$, $x\in\left[\dfrac{-\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$;

c) $(g \circ f \circ h)'(2)$, sabendo que $f(0) = 1$, $h(2) = 0$, $g'(1) = 5$, $f'(0) = h'(2) = 2$;

d) a função g sabendo que $(f \circ g)'(x) = 24x + 34$, $f(x) = 3x^2 + x - 1$ e $g'(x) = 2$.

19) Determine a expressão de $\left(f^{-1}\right)'(f(x))$, lembrando-se que $\left(f^{-1}\right)'(f(x))=\dfrac{1}{f'(x)}$:

a) $f(x) = x^2 + 4x - 2$; $x \geq 1$;

b) $f(x)=\dfrac{3x-2}{x+2}$; $x \neq -2$;

c) $f(x) = 3 + cos(2x)$, $0 < x < \pi/2$;

d) $f(x) = sen(\ln x)$, $e^{-\pi/2} < x < e^{\pi/2}$;

e) $f(x) = x + e^x$.

20) Calcule $(f^{-1})'(a)$, a partir das expressões calculadas na questão anterior.

a) $a = f(2)$

b) $a = f(6)$

c) $a = 3$

d) $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

e) $a = 1$

21) Ache a expressão da derivada de cada uma das seguintes funções:

a) $f(x) = arctg(2x + 1)$ b) $f(x) = 1 - arcsen(2x^3)$ c) $f(x)=x+3^{arctg(x^2)}$

d) $f(x) = ln(arccos(x^3 + 1)$ e) $f(x) = \log_3[\text{arccotg}(\sqrt{x})]$ f) $f(x) = (3+\pi)^{x^2}$

g) $f(x) = \left(1+e^x\right)^{x^2}$ h) $f(x) = \left(4 + sen(3x)\right)^x$

22) Determinar a derivada da função g sabendo que g é a inversa da função f, isto é, $g = f^{-1}$.

a) $f'(x) = \sqrt{1 - f^2(x)}$;

b) $f^2(x) + 2f(x) = 5x$;

c) $ln(f^2(x)) + 2f(x) = x$, para $f(x) \neq 0$ e $f(x) \neq -1$.

23) Calcule a expressão e o valor no ponto dado das derivadas indicadas abaixo:

a) $x^2 + y^2 = 4, \dfrac{dy}{dx}$, no ponto $P(1, \sqrt{3})$, e $\dfrac{dx}{dy}$, no ponto $Q(\sqrt{3}, 1)$;

b) $y^4 + 3y - 4x^2 = 5x + 1$ $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto P(0, -1);

c) $y - x - \dfrac{1}{4} sen(y) = 0$, $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto de ordenada $\dfrac{\pi}{2}$;

d) $e^y + xy = e$, y', no ponto de ordenada 1;

e) $xy^2 + y^3 = 2x - 2y + 2$, y', no ponto de abscissa e ordenada possuem o mesmo valor.

24) Calcule a segunda derivada e o seu valor nos pontos indicados das letras ***a, c*** e ***d*** da questão anterior.

25) Calcule as expressões das derivadas e os seus respectivos valores nos pontos dados:

a) $\begin{cases} x = \text{sen}\, t \\ y = \text{sen}\, 2t \end{cases}, t \in [-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}]$, $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto $t = \dfrac{\pi}{6}$;

b) $\begin{cases} x = 6t(1+t^2)^{-1} \\ y = 6t^2(1+t^2)^{-1} \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$, $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto de abscissa $\dfrac{12}{5}$;

c) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, função dada na letra ***a***;

d) $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{3t} \end{cases}, \dfrac{d^2y}{dx^2}$.

26) Verifique se:

a) $\begin{cases} x = \sec(t) \\ y = \ln[\cos(t)] \end{cases}$, $t \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$, satisfaz a equação: $\dfrac{d^2y}{dx^2} + e^y . \dfrac{dy}{dx} = 0$

b) $\begin{cases} x = \text{arcsen}(t) \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$, $t \in [-1, 1]$, satisfaz a equação: $\text{sen}\, x . \dfrac{d^2y}{dx^2} - y . \dfrac{dy}{dx} = 0$

27) Determinar uma equação da reta tangente e da reta normal ao gráfico de cada função abaixo, nos pontos indicados:

a) $y = arctg^2(x)$, no ponto de abscissa $\sqrt{3}$;

b) $y = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 8x$, nos pontos em que $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$;

c) $\sqrt{y} - \sqrt[3]{x} = 1 + x$, no ponto de abscissa $x_0 = 1$;

d) $6x^2 + 13y^2 = 19$, nos pontos onde a normal é paralela à reta $26x - 12y - 7 = 0$;

e) de f^{-1} no ponto P(5,2), sabendo que $f(x) = x^3 - x^2 + 1$, $x > \dfrac{2}{3}$;

f) de f^{-1} no ponto P(1,3) sabendo-se que $y = f(x)$ está definida implicitamente por $xy^2 + y^3 = 2x - 2y$.

g) $\begin{cases} x = t \\ y = t + 2arctg(t) \end{cases}$, com t = 1;

28) Resolva os problemas a seguir:

a) A equação do movimento de uma partícula é $s(t) = \sqrt[3]{t+2}$, s em metros, t em segundos. Determinar:

a.1) o instante em que a velocidade é de 1/12 m/s;

a.2) a distância percorrida até esse instante;

a.3) a aceleração da partícula quando t = 2 seg.

b) Em economia a taxa de variação instantânea do custo total de produção em relação ao número de unidades produzidas denomina-se **custo marginal**. Freqüentemente, é uma boa aproximação do custo de produção de uma unidade adicional.
Sendo $C(q)$ o custo total de produção de Q unidades, então, o custo marginal é igual a $C'(q)$, que é aproximadamente o custo de produção de uma unidade adicional, ou seja,

$C'(q) \approx$ custo de produção da $(q + 1)$ -ésima unidade

Sendo assim, suponha que o custo total para se fabricar Q unidades de um certo produto seja de $C(q) = 3q^2 + 5q + 10$

b.1) Deduza a fórmula do custo marginal

b.2) Calcule o custo de produção da 51ª unidade empregando aproximação fornecida pelo custo marginal.

b.3) Calcule o custo real de produção da 51ª unidade.

c) Certo estudo ambiental em uma comunidade suburbana indicou que o nível médio diário de CO no ar será de $C(p) = \sqrt{0{,}5p^2 + 17}$ partes por milhão quando a população for de p milhares de habitantes. Calcula-se que daqui a t anos a população será de $p(t) = 3{,}1 + 0{,}1t^2$ milhares de habitantes. Qual será a taxa de variação em relação ao tempo do CO daqui a três anos?

d) Um garoto empina uma pipa que está a uma altura de 40m. Se a linha está esticada, com que velocidade deve o garoto soltar a linha para que a pipa permaneça a uma altura constante com velocidade de 3m/seg, quando a mesma está a 50m do garoto? (Não considere a altura do garoto).

e) Um automóvel que viaja à razão de 30m/s , aproxima-se de um cruzamento. Quando o automóvel está a 120m do cruzamento, um caminhão que viaja à razão de 40m/s atravessa o cruzamento. O automóvel e o caminhão estão em rodovias que formam um ângulo reto uma com a outra.

e.1) Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 2s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

e.2) Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 4s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

e.3) Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 6s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

f) Uma escada com 13m de comprimento está apoiada numa parede vertical e alta. Num determinado instante a extremidade inferior, que se encontra a 5m da parede, está escorregando, afastando-se da parede a uma velocidade de 2m/seg.

f.1) Com que velocidade o topo da escada está deslizando neste momento?

f.2) Um homem está parado sobre a escada e no instante em questão ele se encontra a 8m do solo. Com que velocidade vertical estará se aproximando do solo neste momento?

g) Uma lâmpada é colocada em um poste está a 5m de altura. Se um homem de 2m de altura caminha afastando-se do poste à razão de 5m/s :

g.1) Com que velocidade se alonga a sombra?

g.2) A que razão se move a extremidade da sombra do homem?

h) Um lado de um retângulo está crescendo a uma taxa de 17cm/min e o outro lado está decrescendo a uma taxa de 5cm/min. Num certo instante, os comprimentos desses lados são 10cm e 7cm, respectivamente. A área do retângulo está crescendo ou decrescendo neste instante? A que velocidade?

i) Um navio, com direção e velocidade desconhecidas, navega em linha reta próximo a uma costa retilínea. Um observador situado na costa mede a distância r dele ao navio e o ângulo ϕ entre a costa e a linha que contém a distância dele ao navio (r). Em um certo instante encontra r = 6m, $\phi = \pi/3\,\text{rd}$ e que a velocidade com que o navio se afasta dele é de 3m/seg, enquanto o ângulo ϕ está diminuindo a 3rd/seg. Qual a taxa de variação da distância do navio à costa neste instante?

j) A altura de um triângulo isósceles mede 3m e o ângulo do vértice é 2θ. Se θ cresce com velocidade de 0,01 rd/seg, como varia a área do triângulo no instante em que $\theta = \frac{\pi}{3}$ rd ?

k) Uma bola de neve esférica é formada de tal maneira que seu volume aumenta à razão de 8cm^3/min. Como está variando o raio no instante em que a bola tem 4cm de diâmetro?

l) Uma calha horizontal possui 20m de comprimento e tem uma seção transversal triangular isósceles de 8cm de base no topo e 10cm de profundidade (altura referida à base na parte superior). Devido a uma tempestade a água em seu interior está se elevando a uma razão de 1/2cm/min no instante em que está a 5cm de profundidade. Com que velocidade o volume de água está crescendo nesse instante?

m) Despeja-se água num recipiente de forma cônica, à razão de 8cm^3/min. O cone tem 20cm de profundidade e 10cm de diâmetro em sua parte superior. Se existe um furo no fundo, e o nível da água está subindo à razão de 1mm/min, com que velocidade a água estará escoando quando esta estiver a 16cm do fundo?

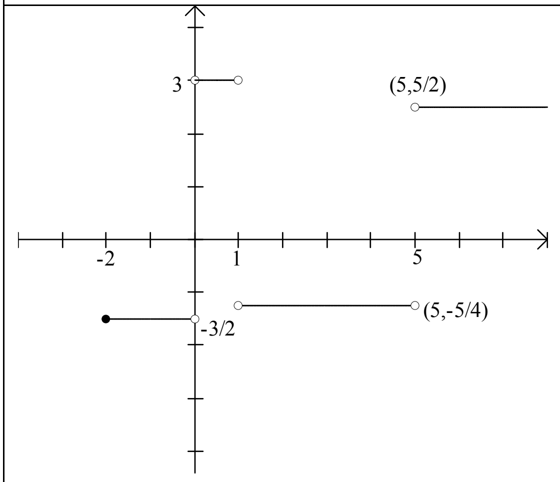
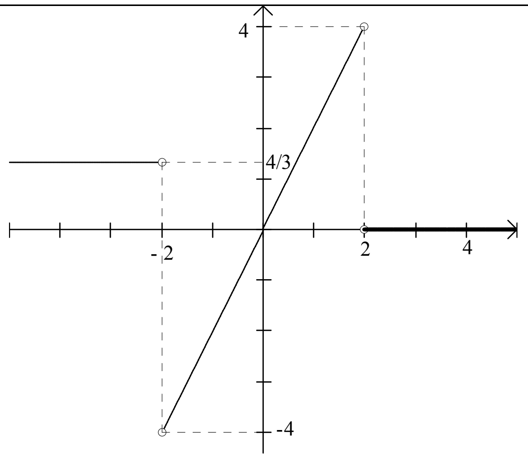
n) Uma lâmpada acha-se no topo de um poste de 50m de altura. Dessa mesma altura, deixa-se cair uma bola, a uma distância de 30m do poste. Com que velocidade se move no solo a sombra da bola 1/2seg depois? Suponha que a bola em sua queda percorre a distância $s = 15t^2$ em t segundos.

RESPOSTAS DA 2ª LISTA

1) a) não existe; b) zero; c) não existe; d) 24; e) $nx_o^{\,n-1}$ f) não existe

2) f não é derivável em –1 e em +1

3)

a)	b)
	

4) a) a = -1/2, b = 3/2 b) a = -2, b = -1

5) a) $y' = 8x^3 - 6x + 1$; b) $x' = 4/\sqrt{3}$; c) $w' = -\dfrac{3}{4y^2} + \dfrac{10}{3}\left(\sqrt[3]{y^2}\right) - \dfrac{3}{2\sqrt{y^3}}$;

d) $u' = -\dfrac{12}{(t-7)^2}$; e) $y' = \dfrac{90x^2}{(6x^3-1)^2} + 3x^2 \ln\sqrt{\pi}$; f) $y' = 2 - \dfrac{2}{3\left(\sqrt[3]{x}\right)}$;

g) $y' = 2^x \ln 2(x^3 + x + 1) + 2^x(3x^2 + 1)$

6) a) $y' = -(2/5)\cos x + 9 \sec x\, tg$ b) $y' = x \cos x$; c) $f'(x) = 2\cos 2x + 8 \sec x\,(2tg^2 x + 1)$;

d) $g'(t) = (1 + tgt) \cos t$ e) $g'(x) = -2(senx - \cos x)^{-2}$ f) $y' = \dfrac{e^x(senx - \cos x)}{sen^2 x}$

7) a) t: $9x - y - 5 = 0$ e n: $x + 9y - 37 = 0$; b) t: $y - 1 = 2(x - \frac{\pi}{4})$ e n : $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{4})$;

c) t: y = 1 e n: x = π/2.

8) a) $x = -2$, $x = 2/3$; b) $x = 0$, $x = -4/3$

9) $(\sqrt{3}/2, 11/4)$

10) a) não existe b) (1,1), (-1,-1);

11) $b = -11$

12) t: $y = 2x - (25/4)$

13) t: $y = 3x + 2$

14) t_1: $y = x + 1/4$, t_2: $y = -x + 1/4$

15) $f'(x) = \dfrac{3x^2h^2(x)[xh'(x)+h(x)]}{g(x)} - \dfrac{g'(x)x^3h^3(x)}{g^2(x)}$

16) a) $(f\ o\ u)'(x) = 6x^2(x^3 - 4)$ $(f\ o\ u)'(1) = -18$

b) $\dfrac{dy}{dx} = 2x(\text{sen}(x^2) + x^2\cos(x^2))$, $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{(x_o=\sqrt{\pi})} = -2\pi\sqrt{\pi}$

c) $(f \circ u)'(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{x^2+1}{x+1}}.\dfrac{1-2x-x^2}{(x^2+1)^2}$, $(f\ o\ u)'(1) = -\dfrac{1}{3}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{4\sqrt{x+x\sqrt{x}}}$, $f'(4) = \dfrac{\sqrt{3}}{24}$

e) $f'(x) = \text{sen}(\frac{\pi}{5}+3x) + 3x.\cos(\frac{\pi}{5}+3x) - \text{sen}(\frac{2\pi}{5}+2x)$, $f'(0) = \text{sen}(\frac{\pi}{5}) - \text{sen}(\frac{2\pi}{5})$

f) $f'(t) = 3\ln(2).(2^{3t} - 2^{-3t})$, $f'(0) = 0$

g) $f'(x) = \sec x$, $f'(\frac{4\pi}{3}) = -2$

h) $f'(x) = \dfrac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$, $f'(0) = 1$

i) $f'(x) = 2.(3x^2 - 1 + e^x).\text{cos sec}[2.(x^3 - x + e^x)]$, $f'(0) = 0$

17) a) $(f\ o\ u)''(x) = 30x^4 - 48x$, $(f\ o\ u)''(1) = -18$

b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2.\text{sen}(x^2)(1-2x^4) + 10x^2\cos(x^2)$, $\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)_{(x_0=\sqrt{\pi})} = -10\pi$

c) $(f)''(x) = \sec x\ tg x$

d) $f''(x) = -\dfrac{8.(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^3}$, $(f)''(0) = 0$

18) a) $f'(3) = 2$; b) $f'(0) = -\dfrac{6}{5}$; c) $(g\ o\ f\ o\ h)'(2) = 20$; d) $g(x) = 2x + \dfrac{8}{3}$

19) a) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{2x+4}$; b) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{(x+2)^2}{8}$; c) $(f^{-1})'(f(x)) = -\dfrac{1}{2}.\text{cos sec}(2x)$

d) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{x}{\cos(\ln x)}$; e) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{1+e^x}$;

20) a) 1/8; b) 8; c) -1/2; d) $\sqrt{2}e^{(\pi/4)}$; e) ½;

21) a) $f'(x) = \dfrac{1}{2x^2+2x+1}$, b) $f'(x) = -\dfrac{6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$, c) $f'(x) = 1 + \dfrac{2x.\ln(3).3^{\arctan(x^2)}}{1+x^4}$

d) $f'(x) = -\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}.\arccos(x^3+1)}$, e) $f'(x) = -\dfrac{1}{2.\ln(3).\sqrt{x}.(1+x).\text{arccotg}(\sqrt{x})}$

f) $(f)'(x) = (3+\pi)^{x^2}[2x\ln(3+\pi))]$, g) $f'(x) = 2x(1+e^x)^{x^2}\ln(1+e^x) + x^2(1+e^x)^{(x^2-1)}e^x$

h) $f'(x) = (4+sen(3x))^x \ln(4+sen(3x)) + x(4+sen(3x))^{x-1}(3\cos(3x))$

22) a) $g'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; b) $g'(x) = \dfrac{2(x+1)}{5}$; c) $g'(x) = \dfrac{2.(1+x)}{x}$

23) a) $y' = -\dfrac{x}{y}$ $y'_p = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$x' = -\dfrac{y}{x}$ $x'_q = -\sqrt{3}$

b) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{8x+5}{4y^3+3}$ $y'_p = -5$

c) $y' = \dfrac{4}{4-\cos y}$ $y'_p = 1$

d) $y' = -\dfrac{y}{e^y + x}$ $y'_p = -\dfrac{1}{e}$

e) $y' = \dfrac{2-y^2}{2xy+3y^2+2}$ $y'_p = \dfrac{1}{7}$

24) a) $y'' = -\dfrac{y^2+x^2}{y^3}$ $y''_p = -\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$

b) $y'' = -\dfrac{16sen(y)}{(4-\cos y)^3}$ $y''_p = -\dfrac{1}{4}$

c) $y'' = \dfrac{2ye^y + 2xy - e^y y^2}{(e^y+x)^3}$ $y''_p = \dfrac{1}{e^2}$

25) a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2.\cos(2t)}{\cos(t)}$, $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{(t=\frac{\pi}{6})} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2t}{1-t^2}$ para $x = \dfrac{12}{5}$ temos $t = \dfrac{1}{2}$, logo $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{t=1/2} = \dfrac{4}{3}$

c) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{2\cos(2t).\text{sen}(t) - 4.\text{sen}(2t).\cos(t)}{\cos^3(t)}$

d) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 12.e^{5t}$

26) a) $\dfrac{dy}{dx} = -\cos(t)$, $\dfrac{d^2y}{dx^2} = \cos^2(t)$, verifica.

b) $\dfrac{dy}{dx} = -t$, $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\sqrt{1-t^2}$, verifica.

27)

a) Reta Tangente: $y - \dfrac{\pi^2}{9} = \dfrac{\pi}{6}(x-\sqrt{3})$ Reta Normal: $y - \dfrac{\pi^2}{9} = -\dfrac{6}{\pi}(x-\sqrt{3})$

b) Reta Tangente: $y - 32 = 24(x - 2)$ Reta Normal: $y-32=-\frac{1}{24}(x-2)$

c) Reta Tangente: $y - 9 = 8(x - 1)$ Reta Normal: $y-9=-\frac{1}{8}(x-1)$

d) Para x = 1, reta tangente $y-1=-\frac{6}{13}(x-1)$ Reta Normal: $y-1=\frac{13}{6}(x-1)$

Para x = – 1, Reta Tangente: $y+1=-\frac{6}{13}(x+1)$ Reta Normal: $y+1=\frac{13}{6}(x+1)$

e) Reta Tangente: $y-2=\frac{1}{8}(x-5)$ Reta Normal: $y - 2 = - 8(x - 5)$

f) Reta Tangente: $y - 3 = 11(x - 1)$ Reta Normal: $y-3=-\frac{1}{11}(x-1)$

g) Reta Tangente: $y-(1+\frac{\pi}{2})=2(x-1)$ Reta Normal: $y-(1+\frac{\pi}{2})=-\frac{1}{2}(x-1)$

28) a) a..1) 6 seg, a.2) 2 m, a.3) $-\frac{1}{36\sqrt[3]{2}}$ m/s

b) b.1) $6q+5$, b.2) R$ 305,00, b.3) R$ 308,00

c) 0,24 partes por milhão ao ano, d) 9/5 m/s

e) e.1) 14m/s, e.2) 40m/s, e.3) $\frac{190}{\sqrt{17}}$ m/s

f) f.1) 5/6 m/s se aproximando do solo, f.2) 5/9 m/s se aproximando do solo

g) g.1) 10/3 m/s, g.2) 25/3 m/s

h) A área está crescendo a 69 cm^2/min

i) $\frac{18-3\sqrt{3}}{2}$ m/s se aproximando da costa

j) 0,36 m^2/seg

k) $\frac{1}{2\pi}$ cm/min

l) 4.000 cm^3/min

m) $(8 - 1,6\pi)$ cm^3/min

n) 1600 m/seg se aproximando do poste