DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – I.M - UFBA

MAT B33 – LIMITES E DERIVADAS

2008.2 - Prof[a]: Graça Luzia Dominguez Santos

ATIVIDADE EM LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA USANDO O WINPLOT – Aula 2.
Assíntotas - estudo da variação de funções

OBS:
I) Siga atentamente as instruções.
II) Responda todas as questões formuladas.
III) Ao terminar de resolver cada questão, apague todos os gráficos.

1) a) Represente, na mesma tela as funções $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$ e g(x) = 2 usando os comandos:

Equação; Explícita; digite: (2x^2)/(x^2+1) e **Equação; Explícita;** digite: 2

Use várias vezes a tecla **Page Down** para verificar que os limites de ambas no infinito coincidem. Isto é, $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x^2}{x^2+1}=2$. Assim, a reta y = ... é uma assíntota .... do gráfico de f.

(Use o comando: Ver, Restaurar e apague os gráficos)

b) Represente, na mesma tela as funções $f(x)=\dfrac{3x^2-4x+3}{2x^2+1}$ e g(x) = 3/2.

Equação; Explícita; digite: (3x^2-4x+3)/(2x^2+1) e **Equação; Explícita;** digite: 3/2

Use várias vezes a tecla **Page Down** para verificar que os limites de ambas no infinito coincidem. Isto é, $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x^2-4x+3}{2x^2+1}=\dfrac{3}{2}$. Assim, a reta y = ... é uma assíntota .... do gráfico de f.

Podemos então concluir que se $f(x)=\dfrac{a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_0}{b_nx^n+b_{n-1}x^{n-1}+....+b_0}$, com $a_n\neq 0$ e $b_n\neq 0$ então a reta y = ... é uma assíntota horizontal do gráfico de f.

2) Seja a função $f(x)=\dfrac{x^2-9}{x^2-x-6}$

a) Determine, no papel, os números reais que **não pertencem** ao domínio de f .

b) Represente essa função graficamente usando o winplot. e os comandos:
Equação; Explícita; digite: (x^2-9)/(x^2-x-6)
c) Entre com os comandos **Um; Traço;** movimente a barra de rolamento, determine e registre no papel: (Se necessário, use a tecla **Page Down**)

i) $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ para todo número real x_0 que não pertence ao domínio de f.

ii) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$,

d) Determine e registre no papel:

i) As assíntotas verticais.

ii) As assíntotas horizontais.

e) Complete o gráfico de f:

i) Retirando pontos que não pertencem ao gráfico (Use os comandos **Ponto, círculo**)

ii) Esboçando as assíntotas verticais e horizontais do gráfico. Use os comandos: **equação; reta;**

digite os coeficientes; clique- tracejado.

3) Sejam a função $f(x) = x^3 - 4x$ e g(x) uma função tal que **g´(x) = f(x)**.
Vamos usar f(x) para estudar o crescimento de g(x).
a) Represente f(x) graficamente usando o winplot e os comandos:
Equação; Explícita; digite: x^3-4x.
b) Determine os zeros de f(x) usando os comandos:
Um; Zeros; clique próximo para ver os outros zeros. <u>Os zeros de f(x) são os pontos críticos de g(x).</u>
c) Complete usando o gráfico de f(x);
i) g(x) é crescente nos intervalos: ....
e decrescente em ....
ii) g(x) possui máximo relativo para x = ...
iii) g(x) possui mínimo relativo para x = ...
d) *g(x) é uma das primitivas de f(x) (existe uma infinidade de primitivas para cada função que possui primitiva).*
Confira suas respostas para **c)** obtendo o gráfico de uma primitiva para **f**, com os seguintes comandos: **Um; Medidas; Integrar;** clique em **indefinida.**

4) Sejam as funções $f(x) = \ln(x^2 +1)$ e g(x) uma função tal que **g´(x) = f(x)**.
a) Represente f(x) graficamente usando o winplot e os comandos:
Equação; Explícita; digite: ln(x^2+1)
b) Complete: g(x) é crescente no intervalo …………
Vamos usar a 2^a derivada de g(x), ou seja a 1^a derivada de f(x), para estudar a concavidade de g(x).
c) Obtenha o gráfico da derivada de f(x) usando os comandos:
Inventário; derivar.
d) g(x) tem concavidade voltada para cima no intervalo ...., g(x) tem concavidade voltada para baixo no intervalo ....
e) Complete: A abscissa do ponto de inflexão de g(x) é x = ...
f) Confira suas respostas esboçando o gráfico de g(x), isto é, obtendo uma das primitivas de **f(x)**, com os seguintes comandos **Um; Medidas; Integrar;** clique em **indefinida.**

5) Seja a função $f(x) = x^3 + ax + b$
a) Represente esta função graficamente usando o winplot e os comandos:
Equação; Explícita; digite: x^3+ax+b
b) **Equação; Ponto**, (x, y) e digite o ponto (1,3)
c) Para (tentar) obter geometricamente, as constantes a e b para que f possua um mínimo relativo em (1,3), **Anim Individuais A; Anim Individuais B.** Que valores você encontrou?
d) Os valores são a = -3 e b = 5. Para verificar este resultado, use os comandos:
anim A, digite –3, pressione a tecla enter
anim B, digite 5, pressione a tecla enter
um, extremos
e) Como obter estes valores para **a** e **b** analiticamente?

6) Sejam a função $f(x) = x^3 + (2–a)x^2 – (a + 5)x$ e g(x) uma função tal que **g´(x) = f(x)**.

Vamos usar f(x) para estudar o crescimento de g(x).

a) Use o Winplot para esboçar o gráfico de f(x).

b) **Anime em A**, use a barra de rolamento para classificar as afirmações em falsa ou verdadeira.

i) Para a = 1, g(x) é crescente no intervalo [-3, 0] ( )

ii) Para a = 5, g(x) é decrescente no intervalo]-∞, -2] ( )

iii) Para a = 2 , g(x) possui um ponto de mínimo em x = 0 ( )

7) Resolva o seguinte problema de otimização (com aproximação) completando os passos abaixo.

"Uma área retangular com 216 m^2 será cercada e dividida em 2 partes iguais por outra cerca paralela a um dos lados. Quais as dimensões do retângulo externo que exigirão a menor quantidade total de cerca? Quantos metros de cerca serão necessários? "

a) Se x e z são as dimensões do retângulo externo e y é o comprimento total da cerca então y = ...
b) De acordo com a área do retângulo externo temos que x.z = ... ⇒ z = ...

c) Substituindo o valor de z em a) temos y = ...
d) Determine o domínio de y.
e) Considerando a função obtida em c), use o Winplot para
i) Representa-la graficamente. (para visualizar o gráfico use a várias vezes a tecla Page Down)
ii)Determinar seus pontos de mínimo relativos usando os comandos: **Um, extremos.**
e) As dimensões do retângulo externo que exigirão a menor quantidade total de cerca são
x = ... e z = ...

f) A quantidade de metros de cerca que serão necessários y = ...