*UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA*
*INSTITUTO DE MATEMÁTICA*
*DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA*
*MAT A02 – CÁLCULO A – 2009.1*

## *2ª LISTA ( QUESTÕES DE PROVAS )*

**Regra da cadeia**

$$(f(g(h(...(t(x))...))))' = f'(g(h(...(t(x))...))).g'(h(...(t(x))...)).h'(...(t(x))...)....t'(x)$$

1. Para cada uma das funções seguintes, determine a derivada indicada:

a) (1999 – 1) $\frac{dy}{dx}$, sendo $y = \text{arctg}\,(\frac{1}{x}) + (\text{arcsen}\,(\sqrt{1-x^2}\,))\,[\log(1-2x)]$.

b) (1999 – 2) $\frac{dy}{yx}$, sendo $y = e^{\log_3(x)} - [\text{sen}\,(\cos(x))]^{1/3}$.

c) (1999 – 2) $\frac{dy}{dx}$, sendo $y = \arccos\ (\text{sen}\,(e^x)) + x^2\,\text{arctg}\,(2x^2+2)$.

d) (1999 – 2) $f'(0)$, sabendo que $f(tg\,(x) - \sqrt{3}) - f(4\pi - 3x) = \cos(x)$.

e) (1999 – 2) $f'(3)$, sabendo que $f(1+2x) + f(2x^2+1) = 4x^2 + 4x + 2$, $\forall x \in \Re$.

f) (1998 – 1) $f'(0)$, sendo $x.f(8-x) = f(x^2-9x+8) + \sqrt[3]{x^2}$ e $f(0) = -\frac{8}{3}$.

g) (1998 – 1) $f'(1)$, sendo $f(x) = g(2-\cos(\frac{\pi x}{2})), \forall x \in [-1,1]$, com $g:\Re \to \Re$ uma função derivável e $g'(2) = 1$.

h) (2006-2) $f'(5)$, sabendo que $f(3x + 2) + f(x^2 + 4) = \text{arcotg}(x^2) + 3x$.

i) (2005- 2) $f'(x)$, sendo $f(x) = (arctg\,2x)^{(x^2+4x)}$, $0 < x < \pi/4$.

j) (2006 – 1) g´(x), sabendo que $f(x) = x^3 + 2x$ e $g(x) = f(arcsenx)$

**Derivada da função inversa**

Se existe $f'(x)$ e $f'(x) \neq 0$, então existe $(f^{-1})'(f(x))$ e $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{f'(x)}$

2. Aplicando o resultado anterior, faça o que se pede nos itens a seguir:

a) (1999 – 1) Encontre $(f^{-1})'(f(x))$, sendo $f(x) = \dfrac{\text{sen}\,(2x)}{2+\cos(2x)}$, $x \in \left[-\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4}\right]$.

b) (1999 – 2) Encontre o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $f^{-1}$ no ponto P (1, 0), sabendo que $f(x) = 3^{arctg(2x)} + x^2$.

c) (1998 – 1) Calcule $g'(f(1))$, sendo $f(x) = x^2 - 2^x$ e $g$ a inversa de $f$.

d) (1999 – 2) Determine a derivada da função $f^{-1}$ no ponto de abscissa 5, sabendo que $D(f) = ]-\infty, -1[$ e $f$ está definida pela equação $f(x) = x^3 - 4x + 5$.

e) (1998 – 1) Determine $(f^{-1})'(1)$, sendo $f(x) = e^{(x+2)/x^2}$.

f) (2006 – 1) De termine $(f^{-1})'(0)$, sendo $f(x) = (x^3+1)arctg\left(\sqrt[3]{x^4+1}\right)$.

g) (2006 – 2) Determine $(f^{-1})'(1)$, sendo $f(x) = 2^{\left(\frac{x}{x^2+1}\right)}$.

**Derivação implícita.**

3. Para cada um dos seguintes itens, determine a derivada indicada:

a) (1999 – 1) $\dfrac{dy}{dx}$, sendo $y = f(x)$ dada implicitamente pela equação $xe^y - \ln(y+1) = 3$.

b) (1999 – 2) $\dfrac{dx}{dy}$, sendo $x = f(y)$ dada implicitamente pela equação $x^3 + xy + y^3 = 3$.

c) (1999 – 2) $\dfrac{dy}{dx}$, sabendo que $x^2 + \sqrt{\text{sen}(y)} - y^2 = 1$.

d) (1998 – 1) $y'_P$, sendo P ( 0, 0 ) e $y = f(x)$ uma função que satisfaz a equação $\arccos(3x) + \ln(1-2x) + x\,.\,tg\,(y) + \text{sen}\,(y-x) = 0$.

e) (1999 – 2) $y'_P$, sendo $P\,(1, 2\pi)$, sabendo que $x^2y + \text{sen}\,(y) = 2\pi$.

f) (2006-2) $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto de ordenada 1, sabendo que y é dada implicitamente por $xarctg(y) + xe^x = \dfrac{\pi}{4} + e$.

g) (2006-1) $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto de abscissa 0, sabendo que y é dada implicitamente por $xy^3 + 2y^3 = x - 2y$

h) (2008-1) $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto em que abscissa e ordenada possuem o mesmo valor, sabendo que y é dada implicitamente por $xy^2 + x^3 + y^3 = 3$.

**Reta tangente e reta normal.**

4. Determine:

a) (1998 – 1) Uma equação da reta tangente à elipse $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ no ponto $P(\frac{2\sqrt{5}}{3},2)$.

b) (1999 – 2) Uma equação da reta tangente ao gráfico de $f^{-1}$ no ponto de abscissa $a = f(3)$, sendo $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^3-2}}$, com $x>2$.

c) (1998 – 1) Uma equação da reta normal à curva $x^2+2xy+3y^2=3$ no ponto do 2º quadrante, onde a reta tangente é perpendicular à reta $r: x+y=1$.

d) (1998 – 1) Uma equação da reta tangente ao gráfico de $f$, tal que, a mesma seja paralela a reta $r: x-2y+2=0$, sendo $y = f(x)$ dada implicitamente pela equação $3y^2+2xy-x^2=-3$, para todo $x \in D(f)$, com $f(x)>0$.

e) (2005 – 2) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f^{-1}$ no ponto P(1,0), sabendo que $f(x) = 2^{arctg(3x)}$.

f) (2006 – 1) Determine a equação da reta normal ao gráfico de $f^{-1}$, no ponto de abscissa 1, sabendo que $f(x) = e^{\left(\frac{x+2}{x^2}\right)}$.

g) (2008 – 2) uma equação da reta tangente ao gráfico de $f^{-1}$, no ponto de abscissa 0, sabendo que f($x$) = $\frac{x^3-1}{x^2+1}$, x > 0.

**Limites – Regra de L'Hospital.**

5. Calcule os seguintes limites:

a) ( 1998 – 1 ) $\lim_{x\to 1}\frac{\operatorname{sen}\frac{\pi x}{2}-arctg(x)-\frac{1}{x}+\frac{\pi}{4}}{x^2+2x-3}$

b) ( 1998 – 1 ) $\lim_{x\to 0}(\frac{x^2}{e^x-x-1})$

c) ( 1998 – 1 ) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\ln(\text{sen}(x))}{(\pi-2x)^2}$

d) ( 1998 – 1 ) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2}-1}{\text{sen}^2 x}$

e) ( 1999 – 1 ) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\dfrac{1}{1-e^{-x}}-\dfrac{1}{x}\right)$

f) ( 1999 – 2 ) $\lim\limits_{x\to 0^+} \left(\cot g(2x)\ \ arctg(x)\right)$

g) ( 1999 – 2 ) $\lim\limits_{x\to 1^+} \left(\dfrac{1+x^2-2^x}{x^3-x^2-x+1}\right)$

h) ( 1998 – 1 ) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\cos(x))^{(\frac{1}{x^2})}$

i) ( 1998 – 1 ) $\lim\limits_{x\to+\infty} (1+\dfrac{1}{x^2})^x$

j) ( 1998 – 1 ) $\lim\limits_{x\to+\infty} (2^x+x)^{x^{-1}}$

k) ( 1998 – 1 ) $\lim\limits_{x\to+\infty} (2+x^2)^{(x)^{-1/2}}$

l) ( 1999 – 1 ) $\lim\limits_{x\to 0} \left[tg\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\right]^{(1/x)}$

m) ( 1999 – 2 ) $\lim\limits_{x\to 0} [\cos(2x)]^{3/x^2}$

n) ( 1999 – 2 ) $\lim\limits_{x\to 0^+} (x+\cos(2x))^{\cos\sec(3x)}$

o) ( 2008 – 2 ) $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{senx}\right)}$

p) (2005 – 2) $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\dfrac{\pi}{2}-arctgx\right)$

q) (2005 -2) $\lim\limits_{x\to 0^+} (1+sen3x)^{(2/x)}$

r) (2006 -1) $\lim\limits_{x\to 0^+} (\cot g(2x)arctg(x))$

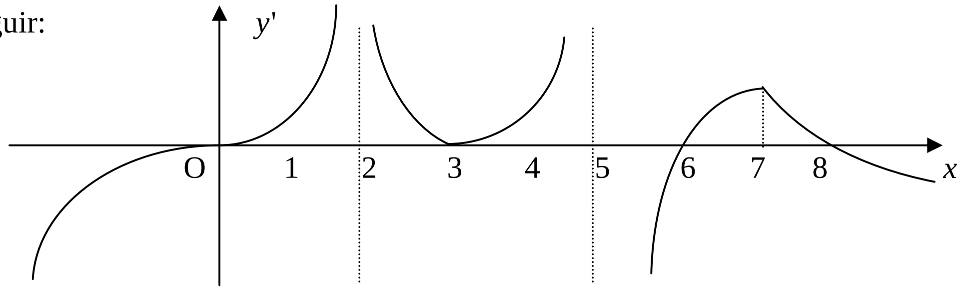
6. (2008 -2) Determine o valor da constante $a$ tal que $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^x = 4$.

**Máximos e Mínimos**

Com base na tabela seguinte e utilizando os conhecimentos sobre assíntotas, adquiridos durante o curso, resolva as questões **6, 7, 8, 9, 10 e 11.**

| RELAÇÃO ENTRE AS CARACTERÍSTICAS GRÁFICAS DE UMA FUNÇÃO E AS DERIVADAS DE 1ª e 2ª ORDENS DESTA FUNÇÃO | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Características | PONTO CRÍTICO DE $f$ | ABSCISSA DE MÁX. LOCAL DE $G(f)$ | ABISCISSA DE MÍN. LOCAL DE $G(f)$ | INTERVALO DE CRESCIMENTO | INTERVALO DE DESCRECIMENTO | INTERVALO ONDE $G(f)$ TEM C.V.C | INTERVALO ONDE $G(f)$ TEM C.V.B | ABISCISSA DE PONTO DE INFLEXÃO |
| 1ª Derivada | $x_o$ de $D(f)$ tal que $f'(x_o) = 0$ ou $\nexists\ f'(x)$ | $x_o$ é ponto crítico de $f$ e o sinal de $f'(x)$ muda de + para – em $x_o$ | $x_o$ é ponto crítico de $f$ e o sinal de $f'(x)$ muda de – para + em $x_o$ | + | – | crescente | decrescente | $f$ é contínua em $x_1$, $x_1$ é ponto crítico de $f'$ e $f'$ muda de crescimento em $x_1$ |
| 2ª Derivada | Não informa | Não informa | Não informa | Não informa | Não informa | + | – | $f''(x_2) = 0$ ou $\nexists\ f''(x_2)$ e $f''$ muda de sinal em $x_2$ |

7. (1998 – 1) Considere uma função definida e contínua em $\Re - \{2\}$ e o gráfico de $f'$ é dado a seguir:




Determine:

7.1) os pontos críticos de $f$.

7.2) os intervalos de crescimento e decrescimento de $f$.

7.3) os pontos de máximo e de mínimo locais de $f$.

7.4) os intervalos onde o gráfico de $f$ tem concavidade voltada para cima (CVC) e onde tem concavidade voltada para baixo (CVB).

7.5) as abscissas dos pontos de inflexão do gráfico de $f$.

7.6) o esboço de um gráfico de $f$, considerando $f(0)=2,\ f(3)=-1,\ f(5)=4,\ f(6)=1,\ f(7)=3$ e $f(8)=6$.

8. Para cada uma das funções dadas a seguir determine (se possível): o domínio de $f$, as interseções do gráfico de $f$ com os eixos coordenados, as assíntotas ao gráfico de $f$, as interseções das assíntotas com o gráfico de $f$ e com, os intervalos de crescimento e de decrescimento de $f$, os máximos e mínimos locais de $f$, os intervalos onde o gráfico tem concavidade voltada para cima e onde o gráfico tem concavidade voltada para baixo, os pontos de inflexão do gráfico de $f$ e o esboço gráfico.

8.1) (1999 – 1) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$, com $x \in \Re^*$.

8.2) (1998 – 2) $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2}$, sabendo que $f'(x) = \dfrac{2-x}{x^3}$ e $f''(x) = \dfrac{2(x-3)}{x^4}$.

8.3) (1998 – 1) $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}$ , sabendo que $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}$ e $f''(x)=\dfrac{4}{(x-1)^3}$ .

8.4) (1998 – 1) $f(x)=x\,e^{-3x}$, sabendo que $f'(x)=e^{-3x}(1-3x)$ e $f''(x)=e^{-3x}(9x-6)$ .

8.5) (1999 – 1) $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$, sabendo que $f'(x)=\dfrac{4x}{(x^2+1)^2}$ e $f''(x)=\dfrac{4(1-3x^2)}{(x^2+1)^3}$ .

8.6) (1998 – 1) $f(x)=\dfrac{x^3-4}{x^2}$, sabendo que $f'(x)=\dfrac{x^3+8}{x^3}$ e $f''(x)=-\dfrac{24}{x^4}$ .

8.7) (2006- 1) $f(x)=\dfrac{x^2}{3-x}$, sabendo que $f'(x)=\dfrac{6x-x^2}{(3-x)^2}$ e $f''(x)=\dfrac{18}{(3-x)^3}$ .

9. Determine as constantes $a$ e $b$ de modo que

9.1) (1998 – 1) o gráfico da função $f(x)=x^3+ax^2+bx$ tenha máximo relativo no ponto $P(1,9)$ .

9.2) (1998 – 1) o gráfico da função $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$ tenha ponto de inflexão $P(2,1)$ .

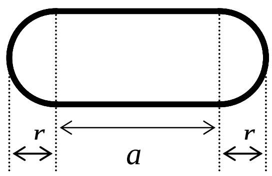
9.3) (1998 – 1) a função $f(x)=x^3+ax^2+bx$ tenha um extremo em $x=2$ e o gráfico de $f$ tenha ponto de inflexão de abscissa $x=\dfrac{3}{2}$.

10. Resolva os seguintes problemas:

10.1) (1999 – 2) O custo de produção de $x$ unidades de um certo produto é dado, em reais, por $y=3x^2+5x+75$. Encontre o valor mínimo do custo médio por unidade produzida. (Sabe – se que o custo médio por unidade produzida é dado por $C=\dfrac{y}{x}$ ).

10.2) (1999 – 2) O preço de uma certa ação na bolsa de valores, em função do tempo $t$ decorrido após sua compra por um investidor é dado por $P(t)=\dfrac{160t}{(4+t)^2}+1$ ( $t$ em anos e $P(t)$ em reais). Para vendê-la, o investidor tem que esperar no mínimo 2 anos e no máximo 5 anos. Dê a melhor ocasião para venda.

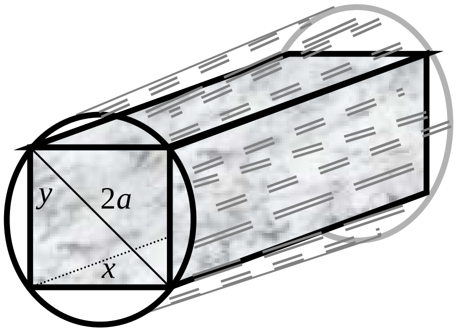
10.3) (1998 – 1) Uma pista de atletismo com comprimento total de 400m, consiste de dois semicírculos e um retângulo conforme figura ao lado . Determine as dimensões de $a$ e $r$ de tal maneira que a área retangular demarcada na figura seja máxima.



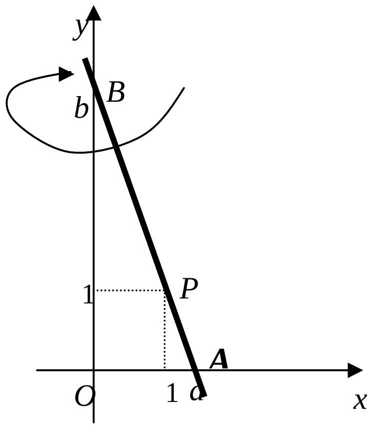

10.4) (1999 – 1) Determine as dimensões de uma caixa retangular de base quadrada, sem tampa, de forma que sua área total tenha 48 $cm^2$ e seu volume seja o maior possível.

10.5) (1999 – 2) Um cilindro circular reto é gerado pela rotação de um retângulo de $30\,cm$ de perímetro em torno da reta determinada pelos pontos médios de dois lados opostos desse retângulo. Que dimensões o mesmo deve ter para gerar o cilindro de volume máximo?

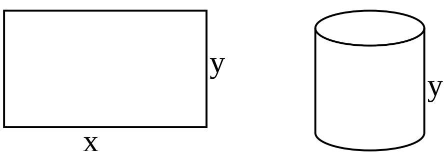
10.6) (1999 – 1) A resistência de uma viga é diretamente proporcional ao produto da largura pelo quadrado da altura da seção transversal ( $R = \alpha\, x\, y^2$ , sendo $\alpha$ a constante de proporcionalidade, $x$ a largura e $y$ a altura). Determine as dimensões da viga mais resistente que pode ser cortada de um toro cilíndrico de raio $a$ . ( Ver figura ao lado )




10.77) (2006 -1) Determine as dimensões do cone circular reto que minimizam seu volume, sabendo que a sua geratriz é o segmento de reta cujas extremidades são os pontos $A$ ( $a$, 0 ) e $B$ ( $0,b$ ), e que passa pelo ponto $P$ ( 1, 1 ), conforme a figura ao lado.




10.8) (2008-1) Uma folha retangular com perímetro de 36 cm e dimensões ***x*** x ***y*** será enrolada para formar um cilindro. Que valores de x e y fornecem o maior volume.




10.9)(2008 -1) Deseja-se construir uma caixa com forma cilíndrica de volume igual a 2 $m^3$. Nas laterais será utilizado um material que custa R$10,00 por $m^2$, enquanto que na tampa e no fundo da caixa se utilizará um material que custa R$15,00 por $m^2$. Determine as dimensões da caixa de forma que o custo seja mínimo.

## ***RESPOSTAS***

1)

a) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{1}{x^2+1} - \dfrac{x\log(1-2x)}{|x|\sqrt{1-x^2}} - \dfrac{2\,\mathrm{arcsen}\sqrt{1-x^2}}{(1-2x)\ln 10}$.

b) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{e^{\log_3 x}}{x\ln 3} + \dfrac{\mathrm{sen}\,x\ \cos(\cos x)}{3\sqrt[3]{\mathrm{sen}^2(\cos x)}}$.

c) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{e^x\cos(e^x)}{\sqrt{1-\mathrm{sen}^2(e^x)}} + 2\,x\,arctg\,(2x^2+2) + \dfrac{4x^3}{4x^4+8x^2+5}$.

d) $f'(0) = \dfrac{\sqrt{3}}{14}$. e) $f'(3) = 2$. f) $f'(0) = -\dfrac{1}{5}$. g) $f'(1) = \dfrac{\pi}{2}$. h) $f'(5) = 2/5$.

i) $f'(x) = (arctg\,2x)^{(x^2+4x)}\left[(2x+4)\ln(arctg\,2x) + 2\dfrac{(x^2+4x)}{(1+4x^2)arctg\,2x}\right]$

j) $g'(x) = \dfrac{(3(arcsen x)^2+2)}{\sqrt{1-x^2}}$

2. a) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{[2+\cos(2x)]^2}{2[2\cos(2x)+1]}$.

b) $a_t = (f^{-1})'(1) = \dfrac{1}{f'(0)} = \dfrac{1}{2\ln 3}$; $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1+4x^2}{2\ \ln 3\ 3^{arctg(2x)} + 2x + 8x^3}$.

c) $g'(f(1)) = \dfrac{1}{2\ (1-\ln 2)}$; $g'(f(x)) = \dfrac{1}{2x - 2^x\ln 2}$.

d) $(f^{-1})'(5) = \dfrac{1}{f'(-2)} = \dfrac{1}{8}$; $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{3x^2-4}$.

e) $(f^{-1})'(1) = \dfrac{1}{f'(-2)} = 4$; $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{-x^3}{(x+4)\ e^{(x+2)/x^2}}$.

f) $\left(f^{-1}\right)'(0) = \dfrac{1}{f'(-1)} = \dfrac{1}{3arctg(\sqrt[3]{2})}$

g) $(f^{-1})'(1) = \dfrac{1}{f'(0)} = \dfrac{1}{\ln 2}$

3. a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{(y+1)\,e^y}{1-(y+1)\,x\,e^y}$ b) $\dfrac{dx}{dy} = -\dfrac{x+3y^2}{y+3x^2}$ c) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{4\,x\sqrt{\mathrm{sen}\,y}}{4\,y\sqrt{\mathrm{sen}\,y} - \cos y}$.

d) $y'_P = 6$ e) $y'_P = -2\pi$. f) $\dfrac{dy}{dx}(1{,}1) = -4e - \dfrac{\pi}{2}$

g) $\dfrac{dy}{dx}(0{,}0) = \dfrac{1}{2}$ h) $\dfrac{dy}{dx}(1{,}1) = -\dfrac{4}{5}$

4. a) $t:\ y - 2 = -\dfrac{3\sqrt{5}}{4}\left(x - \dfrac{2\sqrt{5}}{3}\right)$; $y' = -\dfrac{9x}{4y}$.

b) $t: y - 3 = -\dfrac{250}{27}\left(x - \dfrac{1}{5}\right)$; $(f^{-1})'(f(x)) = -\dfrac{2\sqrt{(x^3-2)^3}}{3x^2}$ .

c) $\mathrm{n}: \mathrm{y} + \mathrm{x} + 1 = 0$ ; $y' = -\dfrac{x+y}{x+3y}$ e $\mathrm{y}'_{\mathrm{P}} = 1$.

d) $t: y - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}\left(x - \dfrac{5}{2}\right)$; $y' = \dfrac{x-y}{x+3y}$.

e) $y = \dfrac{1}{3\ln 2}(x-1)$ f) $y + 2 = -\dfrac{1}{4}(x-1)$ g) $y - 1 = \dfrac{2}{3}x$

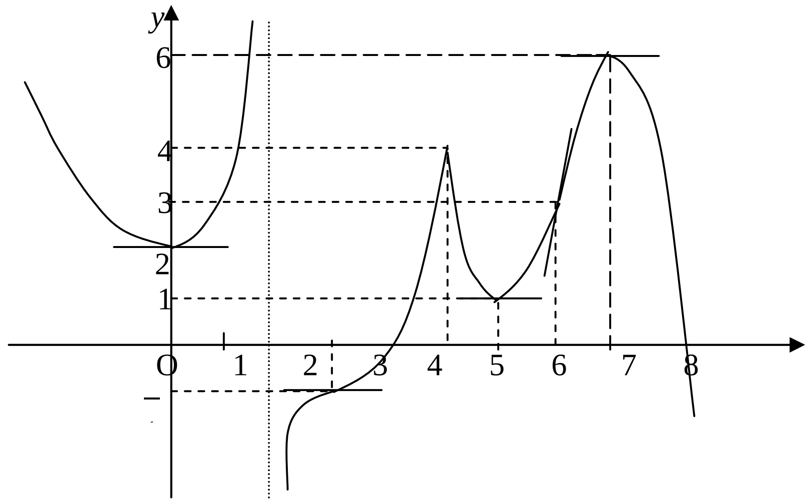
5. a) 1/8. b) 2. c) –1/8. d) 1. e) 1/2. f) 1/2. g) $+\infty$.
h) $1/\sqrt{e}$ i) 1. j) 2. k) 1. l) $e^2$. m) $1/e^6$. n) $\sqrt[3]{e}$ .
o)1 p) 1 q) $e^6$ r) ½.

6. a = ln2

7. 7.1) Pontos críticos de $f$: 0, 3, 5, 6 e 8.
7.2) Intervalos de crescimento: $[\,0, 2\,[$ ; $]\,2, 5\,]$ e $[\,6, 8\,]$;
intervalos de decrescimento: $]-\infty, 0\,]$ ; $[\,5, 6\,]$ e $[\,8, +\infty[$.
7.3) Pontos de máximo local de $f$: 5 e 8 ; pontos de mínimo local de $f$: 0 e 6.
7.4) CVC: $]-\infty, 2\,[$ e $]\,3, 7\,[$ ; CVB: $]\,2,3\,[$ e $]\,7, +\infty[$.
7.5) Abscissas de pontos de inflexão de $G(f)$: 3 e 7.

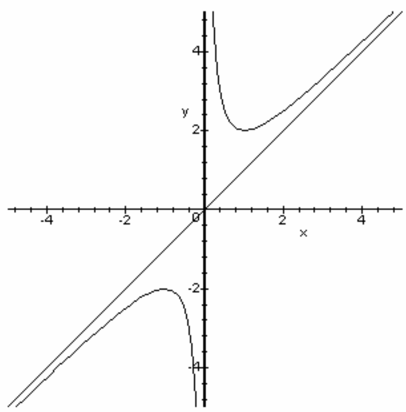
| | | 0 | | 2 | | 3 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ |
| $G(f)$ | $\cup$ | | $\cup$ | | $\cap$ | | $\cup$ | | $\cup$ | | $\cup$ | | $\cap$ | | $\cap$ |
| | | $f'(0) = 0$ p$^{to}$ de m | | $\notin D$ | | $f'(3) = 0$ a. p$^{to}$ I | | $\nexists\ f'(5)$ p$^{to}$ de M | | $f'(6) = 0$ p$^{to}$ de m | | $f'(7) > 0$ a. p$^{to}$ I | | $f'(8) = 0$ p$^{to}$ de M | |

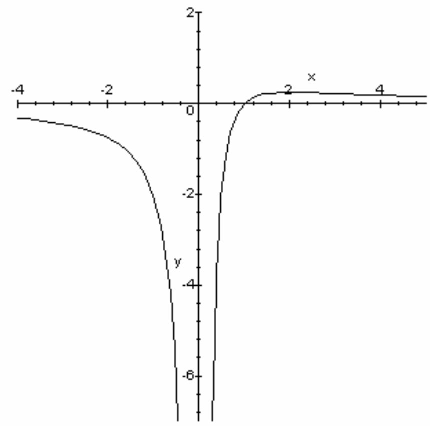
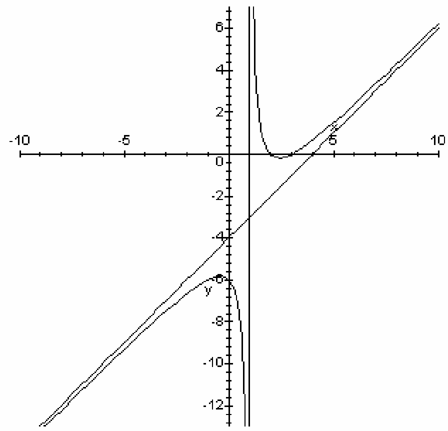
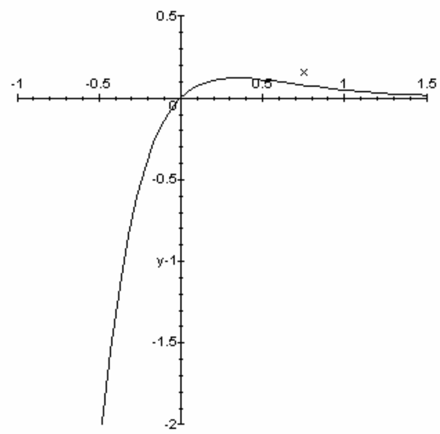
7.6) Gráfico de $f$:

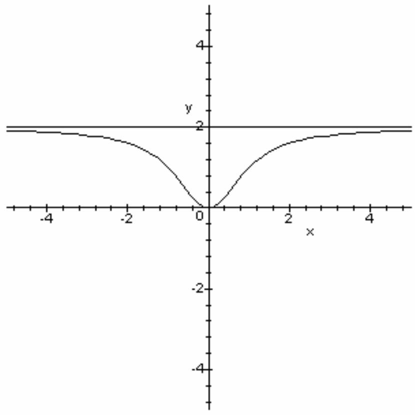
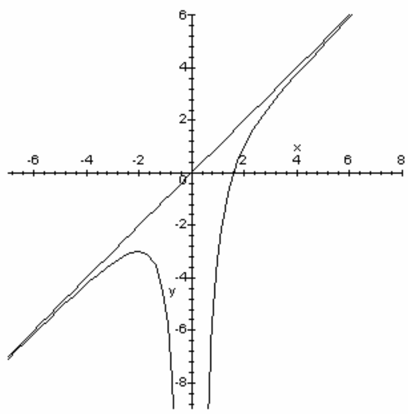
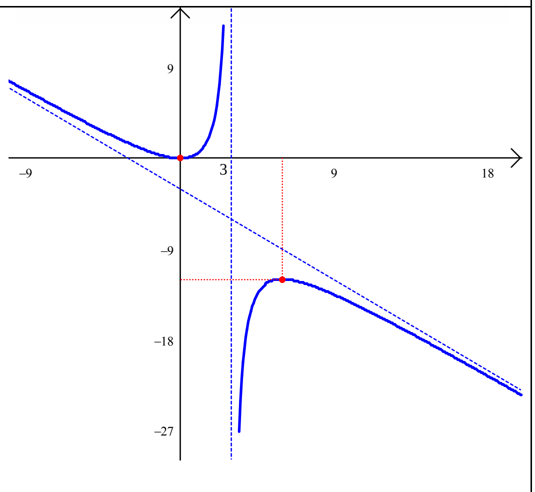



8.

8.1)

| | |
|---|---|
| $D(f) = R^*$; o gráfico de $f$ não intercepta os eixos coordenados; assíntota vertical: $x = 0$ e assíntota oblíqua: $y = x$ ( quando $x \to -\infty$ e $x \to +\infty$); as assíntotas não interceptam $G(f)$ ; $f$ é crescente em $]-\infty, -1]$ e em $[1, +\infty[$ e é decrescente em $[-1,0[$ e em $]0, 1]$ ; $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2}$ ; ponto de máximo local de $G(f)$ : $(-1,-2)$; ponto de mínimo local de $G(f)$: $(1,2)$ ; $f''(x) = \dfrac{2}{x^3}$ ; $G(f)$ tem CVC em $]0, +\infty[$ e CVB em $]-\infty, 0[$ ; $G(f)$ não tem ponto de inflexão. | Grafico de $f$  |

| | | |
|---|---|---|
| 8.2) | $D(f) = R^*$; o gráfico de $f$ intercepta apenas o eixo $Ox$ no ponto ( 1, 0 ); assíntota vertical : $x = 0$, assíntota horizontal: $y = 0$ ( quando $x \to -\infty$ e $x \to +\infty$) ; apenas a assíntota horizontal intercepta o gráfico de $f$ no ponto ( 1, 0 ); $f$ é crescente em ] 0, 2 ] e é decrescente em $]-\infty, 0[$ e em $[\,2, +\infty\,[$ ; ponto de máximo local do gráfico de $f$ : ( 2, 1/4 ) ; não tem ponto de mínimo local ; $G(f)$ tem CVC em $]\,3, +\infty\,[$ e CVB em $]-\infty, 0\,[$ e em ] 0, 3 [ ; ponto de inflexão $G(f)$: ( 3, 2/9 ). | Gráfico de $f$  |
| 8.3) | $D(x) = R - \{1\}$; interseção do eixo $Ox$ com $G(f)$ nos pontos: ( 2, 0 ) e ( 3, 0 ) e interseção do eixo $Oy$ com $G(f)$ no ponto: ( 0, – 6 ); assíntota vertical : $x = 1$ , assíntota oblíqua : $y = x - 4$ (quando $x \to -\infty$ e $x \to +\infty$); as assíntotas não interceptam $G(f)$ , a assíntota vertical intercepta $Ox$ em ( 1, 0 ) e não intercepta $Oy$, e a assíntota oblíqua intercepta $Ox$ em ( 4, 0 ) e $Oy$ em ( 0, –4 ); $f$ é crescente em $]-\infty, 1-\sqrt{2}\,]$ e em $[\,1+\sqrt{2}, +\infty\,[$ e é decrescente em $[1-\sqrt{2}, 1\,[$ e em $]\,1, 1+\sqrt{2}\,]$; ponto de máximo local do gráfico de $f$ : $(1-\sqrt{2}, -2\sqrt{2}-3) \cong$ ( –0,4, –6,2 ) e ponto de mínimo local do gráfico de $f$ : $(1+\sqrt{2}, 2\sqrt{2}-3) \cong$ (2,4,–0,2 ) ; $G(f)$ tem CVC em $]\,1, +\infty\,[$ e CVB em $]-\infty, 1\,[$ ; $G(f)$ não tem ponto de inflexão. | Gráfico de $f$  |
| 8.4) | $D(f) = R$; o gráfico de $f$ intercepta os eixos coordenados na origem; não tem assítota vertical nem oblíqua, e a assíntota horizontal é $y = 0$ ($x \to +\infty$), que intercepta $G(f)$ na origem; $f$ é crescente em $]-\infty, 1/3]$ e é decrescente em $[1/3, +\infty\,[$ ; o gráfico de $f$ tem máximo local no ponto $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3e}\right) \cong$ (0,3, 0,1 ) e não tem mínimo local; $G(f)$ tem CVC em ] 2/3, $+\infty$[ e tem CVB em $]-\infty$, 2/3 [ ; ponto de inflexão: $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3e^2}\right) \cong$ (0,7, 0,1). | Gráfico de $f$  |

| | | |
|---|---|---|
| 8.5) | $D\ (\ f\ ) = R$ ; o gráfico de $f$ intercepta os eixos coordenados na origem ; não tem assíntota vertical nem oblíqua, e a assíntota horizontal é $y = 2$ (quando $x \to -\infty$ e $x \to +\infty$), que não intercepta $G\ (\ f\ )$ e intercepta apenas o eixo $Oy$ no ponto ( 0, 2 ) ; $f$ é crescente em [ 0, $+\infty$ [ e é decrescente em $]-\infty, 0]$; o gráfico de $f$ tem mínimo local no ponto $O$ ( 0, 0 ) e não tem máximo local; $G\ (\ f\ )$ tem CVC em $\left]-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right[$ e em $\left]\frac{1}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$ tem CVB em $\left]-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right[$ ; os pontos de inflexão são: $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2}\right)$ e $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2}\right)$. | Gráfico de $f$  |
| 8.6) | $D\ (\ f\ ) = R^*$; o gráfico de $f$ intercepta apenas o eixo $Ox$ no ponto $(\sqrt[3]{4}, 0)$; assíntota vertical: $x = 0$, não tem assíntota horizontal e a assíntota oblíqua é $y = x$ ( quando $x \to -\infty$ e $x \to +\infty$), que não intercepta $G\ (\ f\ )$ e intercepta os eixos coordenados na origem; $f$ é crescente em $]-\infty, -2]$ e em ] 0, $+\infty$ [ e é decrescente em [–2, 0 [ ; $G\ (\ f\ )$ não tem mínimo local e tem máximo local no ponto (–2, –3 ) ; $G\ (\ f\ )$ tem apenas CVB em $]-\infty, 0[$ e em ] 0, $+\infty$ [ ; não tem ponto de inflexão. | Gráfico de $f$  |
| 8.7) | $D(f)$ = R – {3}; $^*$; o gráfico de $f$ intercepta os eixos na origem (0,0); assíntota vertical: $x = 3$, não tem assíntota horizontal e a assíntota oblíqua é $y = -x-3$ ( quando $x \to -\infty$ e $x \to +\infty$), que não intercepta $G\ (\ f\ )$ e intercepta os eixos em (-3,0) e (0,-3); $f$ é decrescente em $]-\infty, 0]$ e em [6, $+\infty$ [ e é crescente em [0,3[ e em ]3,6] ; $G\ (\ f\ )$ tem mínimo local no ponto (0,0) e tem máximo local no ponto (6, –12 ) ; $G\ (\ f\ )$ tem CVC em $]-\infty, 3[$ e CVB em ] 3, $+\infty$ [ ; não tem ponto de inflexão. |  |

9.

9.1) $a = -11$ e $b = 19$. ( Observe que $f\,''(1) < 0$, logo, nestas condições, 1 é ponto de máximo relativo de $f$ ).

9.2) $a = -6$ e $b = 8$. 9.3) $a = -\frac{9}{2}$ e $b = 6$.

*10.*

10.1) O valor mínimo do custo médio por unidade produzida é de R$ 35,00.

10.2) A melhor ocasião de venda se dá no 5º ano ( ou $t$ = 4 anos ).

10.3) $a = 100\ m$ e $r = \frac{100}{\pi}\ m$.

10.4) A base quadrada deve ter lados de medida 4 *cm* cada e a altura deve medir 2 *cm*.

10.5) Os lados onde foram considerados os lados médios devem medir 10 *cm* cada e os outros dois lados 5 *cm* cada.

10.6) A viga de resistência máxima que pode ser cortada em um toro cilíndrico de raio *a* deve ter largura de $\frac{2a}{3}\sqrt{3}$ e altura de $\frac{2a}{3}\sqrt{6}$.

10.7) a = 3/2 u.c e b = 3 u.c.

10.8) x = 12 cm e y = 6 cm

10.9) $r = \sqrt[3]{\frac{2}{3\pi}}$ m e $h = 2\sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{4}}$ m.