INSTITUTO DE MATEMÁTICA DA UFBA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CÁLCULO A - 2009.1

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

1ª Questão: . Para cada uma das funções seguintes, determine as derivadas indicadas:

a) $f(u) = u^2$, $u(x) = x^3 - 4$, $(f \circ u)'(x)$ e $(f \circ u)'(1)$;

b) $y = u\,sen(u)$, $u = x^2$, $\frac{dy}{dx}$ e $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\left(x_0 = \sqrt{\pi}\right)}$;

c) $f(u) = \sqrt[3]{u^2}$, $u(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$, $(f \circ u)'(x)$ e $(f \circ u)'(1)$;

d) $f(x) = \sqrt{1+\sqrt{x}}$, $f'(x)$ e $f'(4)$;

e) $f(x) = x.sen(\frac{\pi}{5} + 3x) + \cos^2(\frac{\pi}{5} + x)$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

f) $f(t) = 2^{3t} + 2^{-3t}$, $f'(t)$ e $f'(0)$;

g) $f(x) = \ln\left(\sqrt{\frac{1+senx}{1-senx}}\right)$, $f'(x)$ e $f'\left(\frac{4\pi}{3}\right)$;

h) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

i) $f(x) = \ln\left[tg\left(x^3 - x + e^x\right)\right]$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

2ª Questão: Encontre a expressão da segunda derivada das funções dos seguintes itens da primeira questão e o seu valor nos pontos indicados:

a) No ponto de abscissa $x_0 = 1$, no item a)

b) No ponto de abscissa $x_0 = \sqrt{\pi}$, no item b)

c) No ponto de abscissa $x_0 = 0$, no item g)

d) No ponto de abscissa $x_0 = 0$, no item h)

3ª Questão: Para cada um dos itens a seguir determinar:

a) $f'(3)$, sendo $f(5 + 2x) + f(2x^2 + 1) = 4x^2 + 4x + 2$;

b) $f'(0)$, sendo $f(senx - \frac{\sqrt{3}}{2}) = f(3x - \pi) + 3x - \pi$, $x \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$;

c) $(g \circ f \circ h)'(2)$, sabendo que $f(0) = 1$, $h(2) = 0$, $g'(1) = 5$, $f'(0) = h'(2) = 2$;

d) a função g sabendo que $(f \circ g)'(x) = 24x + 34$, $f(x) = 3x^2 + x - 1$ e $g'(x) = 2$.

4ª Questão: Determine a expressão de $\left(f^{-1}\right)'(f(x))$, lembrando-se que $\left(f^{-1}\right)'(f(x)) = \dfrac{1}{f'(x)}$:

a) $f(x) = x^2 + 4x - 2;\ x \geq 1$;

b) $f(x) = \dfrac{3x-2}{x+2};\ x \neq -2$;

c) $f(x) = 3 + \cos(2x),\ 0 < x < \pi/2$;

d) $f(x) = sen(\ln x),\quad e^{-\pi/2} < x < e^{\pi/2}$;

e) $f(x) = x + e^x$.

5ª Questão: Calcule $(f^{-1})'(a)$, a partir das expressões calculadas na questão anterior.

a) $a = f(2)$

b) $a = f(6)$

c) $a = 3$

d) $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

e) $a = f(0)$

6ª Questão: Ache a expressão da derivada de cada uma das seguintes funções:

a) $f(x) = arctg(2x + 1)$

b) $f(x) = 1 - arcsen(2x^3)$

c) $f(x) = x + 3^{arctg(x^2)}$

d) $f(x) = \ln(\arccos(x^3 + 1)$

e) $f(x) = \log_3[\text{arccotg}(\sqrt{\text{x}})]$

f) $f(x) = (3+\pi)^{x^2}$

7ª Questão:. Determinar a derivada da função g sabendo que g é a inversa da função f, isto é, $g = f^{--1}$.

a) $f'(x) = \sqrt{1 - f^2(x)}$;

b) $f^2(x) + 2f(x) = 5x$;

c) $\ln(f^2(x)) + 2f(x) = x$, para $f(x) \neq 0$ e $f(x) \neq -1$.

8ª Questão:. Calcule a expressão e o valor no ponto dado das derivadas indicadas abaixo:

a) $x^2 + y^2 = 4, \dfrac{dy}{dx}$, no ponto $P(1, \sqrt{3})$, e $\dfrac{dx}{dy}$, no ponto $Q(\sqrt{3}, 1)$;

b) $y^4 + 3y - 4x^2 = 5x + 1\quad \dfrac{dy}{dx}$, no ponto P(0, -1);

c) $y - x - \frac{1}{4} sen(y) = 0$, $\frac{dy}{dx}$, no ponto de ordenada $\frac{\pi}{2}$;

d) $e^y + xy = e$, y′, no ponto de ordenada 1;

e) $xy^2 + y^3 = 2x - 2y + 2$, y′, no ponto de abscissa e ordenada possuem o mesmo valor.

9ª Questão: Calcule a segunda derivada e o seu valor nos pontos indicados das letras ***a, c*** e ***d*** da questão anterior.

10ª Questão: Determinar uma equação da reta tangente e da reta normal ao gráfico de cada função abaixo, nos pontos indicados:

a) $y = arctg^2 (x)$, no ponto de abscissa $\sqrt{3}$;

b) $y = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 8x$, nos pontos em que $\frac{d^2y}{dx^2} = 0$;

c) $\sqrt{y} - \sqrt[3]{x} = 1 + x$, no ponto de abscissa $x_0 = 1$;

d) $6x^2 + 13y^2 = 19$, nos pontos onde a normal é paralela à reta $26x - 12y - 7 = 0$;

e) de f^{-1} no ponto P(5,2), sabendo que $f(x) = x^3 - x^2 + 1$, $x > \frac{2}{3}$;

f) de f^{-1} no ponto P(1,3) sabendo-se que $y = f(x)$ está definida implicitamente por $xy^2 + y^3 = 2x - 2y$.

11ª Questão: Calcular os seguintes limites, usando as regras de L´Hospital:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2^x - 3^x}{x}$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\text{sen}(\pi x)}{2 - x}$

c) $\lim\limits_{x\to \pi/2} (secx - tgx)$

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left\lfloor 3x\left(1 - e^{1/x}\right)\right\rfloor$

e) $\lim\limits_{x\to 1} \left[\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1}\right]$

f) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{(1/\ln x)}$

g) $\lim\limits_{x\to 1} (1-x).tg(\frac{\pi x}{2})$

h) $\lim\limits_{x\to 0^+} (x \ln x)$

i) $\lim\limits_{x\to \pi/2^-} (tgx)^{\text{sen}\,2x}$

j) $\lim\limits_{x\to 0^+} (1 + \text{sen}\,x)^{2/x}$

l) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

m) $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\text{sen}(1/x)}{arctg(1/x)}$

n) $\lim\limits_{x\to 1/2^-} \frac{\ln(1-2x)}{tg(\pi x)}$

o) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x + \text{sen}\,x - 1}{\ln(1+x)}$

p) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{x + \sqrt{2+x}}$

q) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(e^x + x\right)^{2/x}$

12ª Questão: Se $\lim\limits_{x\to +\infty} \left[\frac{ax+1}{ax-1}\right]^x = 9$, determinar *a*.

13ª Questão: Sabe-se que *f* é definida e contínua em *R*, *g* é definida e contínua em *R*-{-2,4},e que os gráficos a seguir representam, respectivamente, as derivadas de *f* e *g*.

Determine, para as funções *f* e *g*,

a) as abscissas dos pontos críticos;

b) as abscissas dos pontos de máximo e de mínimo;

c) os intervalos de crescimento e decrescimento;

d) os intervalos onde a concavidade é voltada para cima e onde a concavidade é voltada para baixo;

e) as abscissas dos pontos de inflexão;

g) esboce o gráfico da função g no intervalo [-1 ,3], considerando $g(-1) = 0$, $g(0) = 2$, $g(1) = a$, para um a conveniente,

$g(3/2) = 3$, $g(2) = 2$ e $g(3) = 6$.

Gráfico de f'

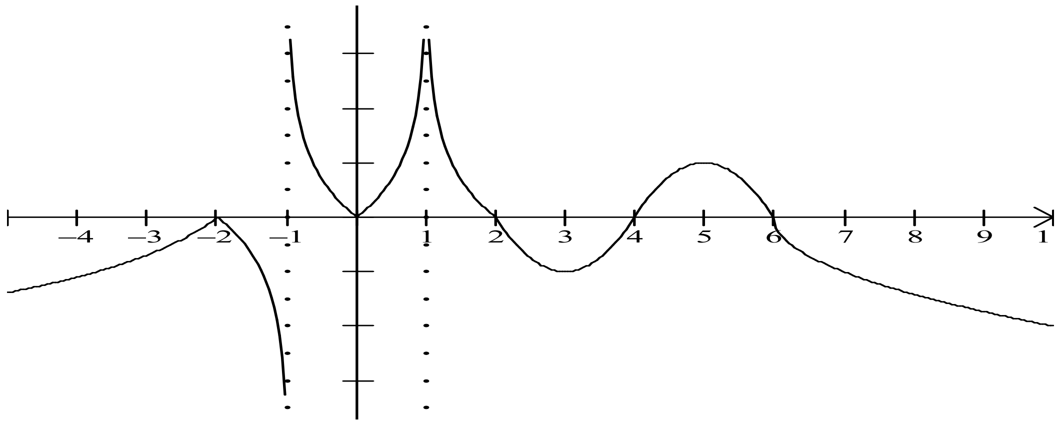
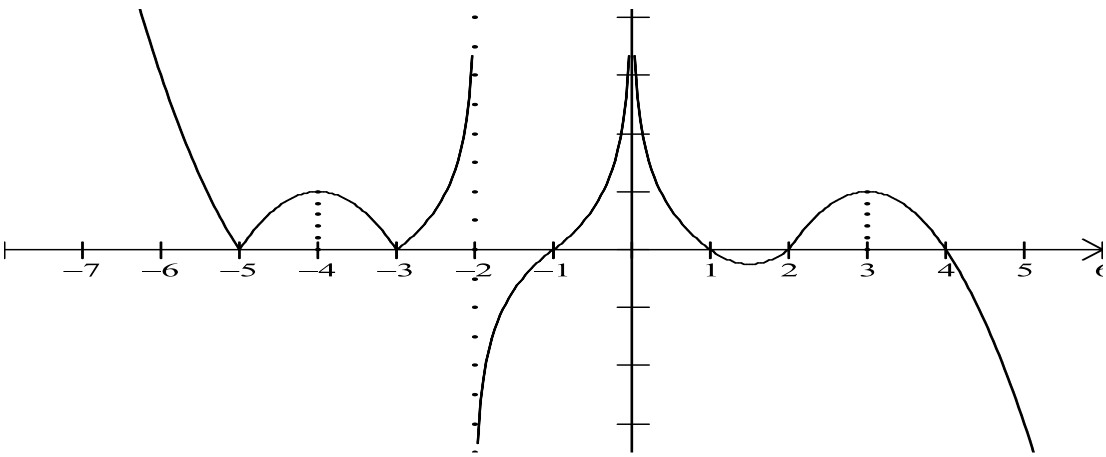


Gráfico de g'



<u>14ª Questão:</u> Use o teorema de Rolle para provar que entre duas raízes consecutivas de uma função polinomial f existe pelo menos uma raiz de f'.

<u>15ª Questão:</u>. Determine as constantes nas funções abaixo, de modo que:

a) $f(x) = a\,x\,e^{-x^2}$; $a \neq 0$ tenha um máximo em $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$;

b) $f(x)=\sqrt{x}+\left(\dfrac{a}{\sqrt{x}}\right)$, $x > 0$, tenha um mínimo em $x = 1$;

c) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenha pontos críticos em $x = -2$ e $x = 3$. Qual é o de máximo e qual é o de mínimo?

d) $f(x) = ax^2 + bx + c$ tenha um máximo relativo no ponto P (1, 7) e o gráfico de $y = f(x)$ passe pelo ponto Q (2,-2);

e) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenha um extremo em $x = 4$ e o gráfico de f tem um ponto de inflexão em $x = 1$;

f) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ tenha um ponto de inflexão P (1, 2) e a inclinação da reta tangente nesse ponto seja

-2.

16ª Questão: Determine os extremos absolutos das funções:

a) $y = lnx - x$, $e \le x \le e^2$; (e $\cong$ 2,718281)

b) $y = 2sen(x) + cos(2x)$, $| x |\le \pi |$

17ª Questão: Para cada função a seguir, determine (se possível): o domínio, as interseções com os eixos , as assíntotas, as interseções com as assíntotas, os intervalos de crescimento e de decrescimento, os máximos e mínimos, os intervalos onde o gráfico é côncavo e onde o gráfico é convexo, os pontos de inflexão, o esboço gráfico.

a) $f(x) = 10 + 12x - 3x^2 - 2x^3$ b) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ c) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2}$ d) $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

e) $f(x)=\dfrac{x}{(x+1)^2}$ f) $f(x)=e^{-x^2}$ g) $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ h) $f(x)=\ln(x^2+1)$

i) $f(x)=\dfrac{x}{2\ln x}$ j) $f(x)=\sqrt{x^2+2x+5}$ k) $f(x)=\sqrt[3]{(x^2-1)^2}$ l) $f(x)=1+(x-2)^{2/3}$

m) $f(x)=x\sqrt{9-x^2}$ n) $f(x)=\sqrt[3]{x^2}\,(4+x)$

18ª Questão:. PROBLEMAS DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

a) Prove que se o produto de dois números positivos é constante, a soma é mínima quando os dois números são iguais.

b) Molde um fio de arame de comprimento L em forma de um retângulo cuja área seja a maior possível.

c) Uma reta variável passando por P (1,2) intersecta o eixo Ox em A (a,0) e o eixo Oy em B (0,b). Determine o triângulo OAB de área mínima para a e b positivos.

d) Faz-se girar um triângulo retângulo de hipotenusa dada H em torno de um de seus catetos, gerando um cone circular reto. Determine o cone de volume máximo.

e) Dentre os retângulos com base no eixo Ox e vértices superiores sobre a parábola $y = 12 - x^2$, determine o de área máxima.

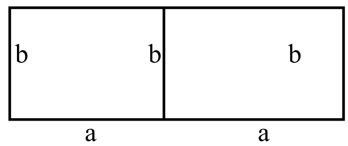
f) Considere uma barraca na forma de um cone. Encontre a razão entre a medida do raio e a medida da altura para que uma tal barraca de volume dado V exija a menor quantidade de material . (Não considere o piso da barraca).

g) Um caixa com fundo quadrado e sem tampa deve ser forrada com couro. Quais devem ser as dimensões da caixa que requerem a quantidade mínima de couro, sabendo que a sua capacidade é 32 litros?

h) Um cartaz deve conter 50cm^2 de matéria impressa com duas margens de 4cm em cima e embaixo e duas margens laterais de 2cm cada. Determine as dimensões externas do cartaz de modo que a sua área total seja mínima.

i) Corta-se um pedaço de arame de comprimento L em duas partes; com uma das partes faz-se uma circunferência e com a outra um quadrado. Em que ponto deve-se cortar o arame para que a soma das áreas compreendidas pelas duas figuras seja mínima ?

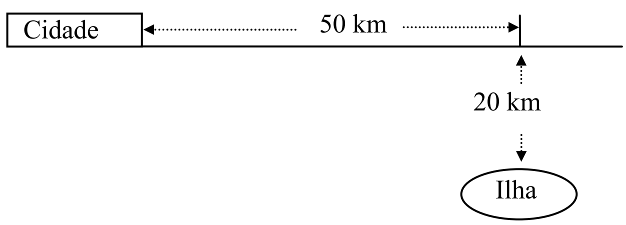
j) Um fazendeiro deve construir dois currais lado a lado, com uma cerca comum. Se cada curral deve possuir uma certa área A, qual o comprimento da menor cerca necessária?



k) Um tanque de base quadrada, sem tampa, deve conter $125cm^3$. O custo, por metro quadrado, para a base é de R\$8,00 e para os lados R\$4,00. Encontre as dimensões do tanque para que o custo seja mínimo.

l) Um cocho de fundo plano e lados igualmente inclinados deve ser construído dobrando-se um pedaço comprido de metal com largura a. Se os lados e o fundo têm largura $a/3$, qual a inclinação dos lados que fornecerá a maior seção reta?

m) Uma ilha situada a 20km de uma costa relativamente reta deve organizar um serviço de barcas para uma cidade que dista 50km, contados como na figura abaixo. Se a barca tem uma velocidade de 15km/h e os carros têm uma velocidade média de 45km/h, onde deverá estar situada a estação das barcas, ao longo da costa, a fim de tornar a viagem mais rápida possível?



n) Desejamos fazer uma caixa retangular aberta com um pedaço de papelão de 8cm de largura e 15cm de comprimento, cortando um pequeno quadrado em cada canto e dobrando os lados para cima. Determine as dimensões da caixa de volume máximo.

o) Considere dois pontos A e B, diametralmente opostos, situados na margem de um lago circular. Um homem vai do ponto A a um ponto C, também situado na margem do lago entre os pontos A e B, nadando em linha reta com a velocidade de 5/3 m/s. Do ponto *C* até o ponto *B* ele vai correndo pela margem, com a velocidade de 10/3 m/s. Determine o ângulo θ, igual ao ângulo $B\hat{A}C$, que corresponde ao menor tempo de percurso, considerando o círculo de raio *r* constante, $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, e sabendo que o comprimento do arco *CB* é igual a $\theta . \overline{AB}$.

p) Qual o triângulo isósceles de maior área que se pode inscrever num círculo dado?

19ª Questão: Determinar o polinômio de Taylor de ordem n, no ponto c dado, das seguintes funções:

a) f(x) = $e^{x/2}$; c = 0 2 1; n = 5

b) f(x) = ln(1-x); c = 0 e c = ½; n = 4

c) f(x) = cos 2x; c = 0 e $\pi/2$; n = 6

20ª Questão: Encontrar o polinômio de Taylor de grau n no ponto c e escrever a função que define o resto da forma de Lagrange, das seguintes funções:

a) y = tg x; n = 3 e c = π

b) y = $\sqrt{x}$; n = 3 e c = 1

c) y = e^{-x^2}; n = 4 e c = 0

21ª Questão: Usando o resultado encontrado no exercício 19b),com c = 0, determine um valor aproximado para ln 0,5. Fazer uma estimativa para o erro.

22ª Questão: Determinar o polinômio de Taylor de grau 6 da função f(x) = 1 + cosx no ponto c = π. Usar este polinômio para determinar um valor aproximado para cos($5\pi/6$). Fazer uma estimativa do erro.

23ª Questão: Determine os máximos e mínimos das seguintes funções:

a) $f(x) = (x-4)^{10}$

b) $f(x) = 4(x+2)^7$

c) $f(x) = x^6 - 2x^4$

d) $f(x) = x^5 - \frac{125}{3}x^3$

RESPOSTAS

1ª Questão

a) $(f \circ u)'(x) = 6x^2(x^3-4)$ $\qquad (f \circ u)'(1) = -18$

b) $\frac{dy}{dx} = 2x(\text{sen}(x^2) + x^2\cos(x^2))$, $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\left(x_o=\sqrt{\pi}\right)} = -2\pi\sqrt{\pi}$

c) $(f \circ u)'(x) = \frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x+1}}.\frac{1-2x-x^2}{(x^2+1)^2}$,   *(f o u)' (1) =* $-\frac{1}{3}$

d) $f'(x) = \frac{1}{4\sqrt{x+x\sqrt{x}}}$, $f'(4) = \frac{\sqrt{3}}{24}$

e) $f'(x) = \text{sen}(\frac{\pi}{5}+3x) + 3x.\cos(\frac{\pi}{5}+3x) - \text{sen}(\frac{2\pi}{5}+2x)$, $f'(0) = \text{sen}(\frac{\pi}{5}) - \text{sen}(\frac{2\pi}{5})$

f) $f'(t) = 3\ln(2).(2^{3t} - 2^{-3t})$,   *f ' (0) = 0*

g) *f ' (x) = sec x* , $f'(\frac{4\pi}{3}) = -2$

h) $f'(x) = \frac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$,   *f ' (0) = 1*

i) $f'(x) = 2.(3x^2 - 1 + e^x).\cos\sec[2.(x^3 - x + e^x)]$,   *f ' (0) = 0*

2ª Questão:

a)   *(f o u)' ' (x) =* $30x^4 - 48x$,   *(f o u)' ' (1) = - 18*

b) $\frac{d^2y}{dx^2} = \quad 2.\text{sen}(x^2)(1-2x^4) + 10x^2\cos(x^2)$, $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{(x_0=\sqrt{\pi})} = -10\pi$

c) *(f)' ' (x) = secx tgx*

d) $f''(x) = -\frac{8.(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^3}$, *(f)' ' (0) = 0*

3ª Questão:

a)   *f ' (3) = 2*;   b) $f'(0) = -\frac{6}{5}$;   c) *(g o f o h)' (2) = 20*;   d) $g(x) = 2x + \frac{8}{3}$

4ª Questão:

a) $(f^{-1})'(f(x)) = \frac{1}{2x+4}$;   b) $(f^{-1})'(f(x)) = \frac{(x+2)^2}{8}$;   c) $(f^{-1})'(f(x)) = -\frac{1}{2}.\cos\sec(2x)$

d) $(f^{-1})'(f(x)) = \frac{x}{\cos(\ln x)}$;   e) $(f^{-1})'(f(x)) = \frac{1}{1+e^x}$;

5ª Questão:

a) 1/8;   b) 8;   c) -1/2;   d) $\sqrt{2}e^{(\pi/4)}$;   e) ½;

6ª Questão:

a) $f'(x) = \frac{1}{2x^2+2x+1}$

b) $f'(x) = -\frac{6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

c) $f'(x) = 1 + \dfrac{2x.\ln(3).3^{\arctan(x^2)}}{1+x^4}$

d) $f'(x) = -\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}\,.\arccos(x^3+1)}$

e) $f'(x) = -\dfrac{1}{2.\ln(3).\sqrt{x}.(1+x).\text{arccotg}(\sqrt{x})}$

f) $(f)'(x) = (3+\pi)^{x^2}\,[\,2x\ln(3+\pi))]$

<u>7ª Questão:</u>

a) $g'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; b) $g'(x) = \dfrac{2(x+1)}{5}$; c) $g'(x) = \dfrac{2.(1+x)}{x}$

<u>8ª Questão:</u>

a) $y' = -\dfrac{x}{y}$ $\quad y'_p = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$x' = -\dfrac{y}{x}$ $\quad x'_q = -\sqrt{3}$

b) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{8x+5}{4y^3+3}$ $\quad y'_p = -5$

c) $y' = \dfrac{4}{4-\cos y}$ $\quad y'_p = 1$

d) $y' = -\dfrac{y}{e^y+x}$ $\quad y'_p = -\dfrac{1}{e}$

e) $y' = \dfrac{2-y^2}{2xy+3y^2+2}$ $\quad y'_p = \dfrac{1}{7}$

<u>9ª Questão:</u>

a) $y'' = -\dfrac{y^2+x^2}{y^3}$ $\quad y''_p = -\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$

b) $y'' = -\dfrac{16sen(y)}{(4-\cos y)^3}$ $\quad y''_p = -\dfrac{1}{4}$

c) $y'' = \dfrac{2ye^y+2xy-e^y y^2}{(e^y+x)^3}$ $\quad y''_p = \dfrac{1}{e^2}$

<u>10ª Questão</u>

a) Reta Tangente: $y - \dfrac{\pi^2}{9} = \dfrac{\pi}{6}(x-\sqrt{3})$ Reta Normal: $y - \dfrac{\pi^2}{9} = -\dfrac{6}{\pi}(x-\sqrt{3})$

b) Reta Tangente: $y - 32 = 24(x-2)$ Reta Normal: $y - 32 = -\dfrac{1}{24}(x-2)$

c) Reta Tangente: $y - 9 = 8(x-1)$ Reta Normal: $y - 9 = -\dfrac{1}{8}(x-1)$

d) Para x = 1, reta tangente $y-1=-\frac{6}{13}(x-1)$ Reta Normal: $y-1=\frac{13}{6}(x-1)$

Para x = – 1, Reta Tangente: $y+1=-\frac{6}{13}(x+1)$ Reta Normal: $y+1=\frac{13}{6}(x+1)$

e) Reta Tangente: $y-2=\frac{1}{8}(x-5)$ Reta Normal: $y-2=-8(x-5)$

f) Reta Tangente: $y-3=11(x-1)$ Reta Normal: $y-3=-\frac{1}{11}(x-1)$

11ª Questão:

a) $\ln(\frac{2}{3})$ b) $-\pi$ c) 0 d) -3 e) $\frac{1}{2}$ f) e

g) $\frac{2}{\pi}$ h) 0 i) 1 j) e^2 l) e m) 1

n) 0 o) 2 p) $\frac{4}{9}$ q) e^2

12ª Questão: $\frac{1}{\ln 3}$

13ª Questão:

Para f :

a) -2, -1, 0, 1, 2, 4, 6 b) x_{max} = 2 e 6; x_{min} = -1 e 4

c) crescente em [-1, 1] ; [1, 2] ; [4, 6]; decrescente em]-∞ , -1]; [2, 4]; [6,+∞ [

d) concavidade para cima em]- ∞, , -2[;]0, 1[;]3, 5[; concavidade para baixo em]-2,-1 [;]-1,0[;]1, 3[;]5, +∞[

e) -2, 0, 1, 3, 5

Para g:

a) -5, -3, -1, 0, 1, 2 b) x_{max} = 1, x_{min} = -1, x_{min} = 2

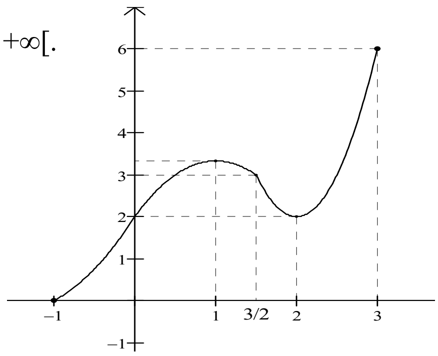
c) crescente em]- ∞, -2[; [-1, 1] ; [2, 4[; decrescente em]-2, -1] ; [1, 2] ;]4, +∞[.

d) concavidade para cima em]-5, -4[;]-3,-2[;]-2, 0[;]3/2, 3[;

concavidade para baixo em]-∞ ,-5[;]-4, -3[;]0, 3/2[;]3, 4[;]4, +∞[.

e) -5, -4, -3, 0, 3/2, 3

f) gráfico da g em [-1, 3]:



15ª Questão:

a) $a \in R^*_+$ b) $a = 1$

c) $a = -3/2$, $b = -18$ e $c \in R$, $x_{max} = -2$, $x_{min} = 3$; d) $a = -9$, $b = 18$, $c = -2$ e) $a = -3$, $b = -24$, $c \in R$;

f) $a = 4$, $b = -12$, $c = 10$.

16ª Questão:

.a) máx. (1-e) em x = e; mín. ($2-e^2$) em x = e^2

b) máx. (1,5) em x = π/6 e x = 5π/6; mín. (-3) em x = - π/2

17ª Questão:

a) $D(f)=IR$; interseção com Oy: P(0, 10); não tem assíntotas; crescente em [-2, 1]; decrescente em]-∞, -2] e em [1, +∞[; máx. em Q(1, 17); mín. em R(-2, -10); concavidade para cima em]-∞, -1/2[; concavidade para baixo em]-1/2, +∞[; ponto de inflexão M(-1/2, 7/2).

b) $D(f) = IR$; intersecta os eixos na origem; assíntota: y = 0; interseção com a assíntota em (0,0); crescente em [-1, 1]; decrescente em (-∞, -1] e em [1,+∞); máx. em $Q(1,1)$; mín. em $P(-1,-1)$; concavidade para baixo em $]-\infty,-\sqrt{3}[$ e em $]0,\sqrt{3}[$; concavidade para cima em $]-\sqrt{3},0[$ e em $]\sqrt{3},+\infty[$; pontos de inflexão: $M(-\sqrt{3},-\sqrt{3/2})$, $O(0,0)$ e $N(\sqrt{3},\sqrt{3}/2)$.

c) $D(f)=IR^*$; interseção com Ox: $P(1,0)$ e $Q(3,0)$; assíntotas: x = 0 e y = 1; interseção com a assíntota horizontal: $R(3/4,1)$; f é crescente em]-∞,0[e em [3/2,+∞[e f é decrescente em]0,3/2]; $x_{mín}=3/2$ e $y_{mín}= -1/3$, não tem máximo; concavidade para cima em]-∞,0[e em]0,9/4[e concavidade para baixo em]9/4,+ ∞[; ponto de inflexão $S(9/4, -5/27)$.

d) $D(f) = IR - \{\pm 1\}$; interseção com os eixos na origem; assíntotas: $x = -1$, $x = 1$ e $y = x$; tem interseção com a assíntota $y = x$ na origem, $O(0,0)$; crescente se $]-\infty,-\sqrt{3}]$ e em $[\sqrt{3},+\infty[$; decrescente $[-\sqrt{3},-1[;]-1,1[;]1,\sqrt{3}]$; máx. em $P(-\sqrt{3},-3\sqrt{3}/2)$; mín. em $Q(\sqrt{3},3\sqrt{3}/2)$; concavidade para baixo em]-∞, -1[e em]0, 1[; concavidade para cima em]-1,0[e em]1,+∞[; ponto de inflexão $O(0,0)$.

e) $D(f)=IR-\{-1\}$; interseção com os eixos: $O(0,0)$; assíntotas: x = -1 e y = 0; interseção com as assíntotas: $O(0,0)$; f é crescente em]-1,1] e decrescente em]-∞,-1[e em [1,+ ∞[; máx em R(1, ¼), não tem mínimo; concavidade para cima em]2,+ ∞ [e concavidade para baixo em]-∞,-1[e em]-1,2[; ponto de inflexão: $P(2,2/9)$.

f) $D(f)=IR$; interseção com Oy: N(0, 1); asssíntota: y = 0; não tem interseção com a assíntota; crescente em]-∞,0]; decrescente em [0, +∞[; máx. em N(0, 1); não tem mín.; concavidade para cima em

$]-\infty,-\sqrt{2}/2[$ e em $]\sqrt{2}/2,+\infty[$; concavidade para baixo se $]-\sqrt{2}/2,\sqrt{2}/2[$; pontos de inflexão $P\left(-\sqrt{2}/2,e^{-1/2}\right)$ e $Q\left(\sqrt{2}/2,e^{-1/2}\right)$.

g) $D(f)=IR-\{0\}$; não tem interseção com os eixos; assíntotas: x = 0 e y = 0: não tem interseção com as assíntotas; crescente em [1, $+\infty$ [; decrescente em]- ∞ , 0[e em]0, 1]; mín. em $P(1,\ e)$; não tem máx.; concavidade para cima em]0, $+\infty$ [; concavidade para baixo em]- ∞ , 0[; não tem ponto de inflexão.

h) $D(f)=IR$; interseção com os eixos na origem; não tem assíntotas; crescente em [0,+ ∞ [; decrescente em]- ∞ , 0]; mín. em M(0, 0); não tem máx.; concavidade para cima em]-1,1[; concavidade para baixo em $]-\infty,1[$ e em $]1,+\infty[$; ponto de inflexão em $P(1,\ln 2)$ e $Q(-1,\ln 2)$.

i) $D(f)=(0,1)\cup(1,+\infty)$; não tem interseção com os eixos; assíntota: x = 1; não tem interseção com a assíntota; crescente em [e, $+\infty$); decrescente em (0, 1) e em (1, e]; mín. em N(e, e/2); não tem máx.; concavidade para cima em (1, e^2); concavidade para baixo em (0, 1) e em (e^2, $+\infty$); ponto de inflexão em M(e^2, e^2/4).

j) $D(f)=IR;$ interseção com Oy: P(0, $\sqrt{5}$); assíntotas: $y=x+1$ e $y=-x-1$; não tem interseção com as assíntotas; crescente em $[-1,+\infty)$; decrescente em (- ∞ , -1]; mín. em Q(-1, 2); não tem ponto de máx.; concavidade para cima em $IR;$ não tem ponto de inflexão.

k) $D(f)=IR$; interseção com Oy: $R(0,1)$; interseção com Ox em $M(-1,0)$ e $N(1,0)$; não tem assíntotas; crescente em $[-1,0]$ e em $[1,+\infty)$; decrescente em $(-\infty,-1]$ e em $[0,1]$; máx. em R(0, 1); mín. em M(-1, 0) e N(1, 0); concavidade para cima em (- ∞ , - $\sqrt{3}$) e em ($\sqrt{3}$, $+\infty$); concavidade para baixo em (- $\sqrt{3}$, -1), (-1, 1) e em (1, $\sqrt{3}$); pontos de inflexão $P\left(-\sqrt{3},\sqrt[3]{4}\right)$ e $Q\left(\sqrt{3},\sqrt[3]{4}\right)$.

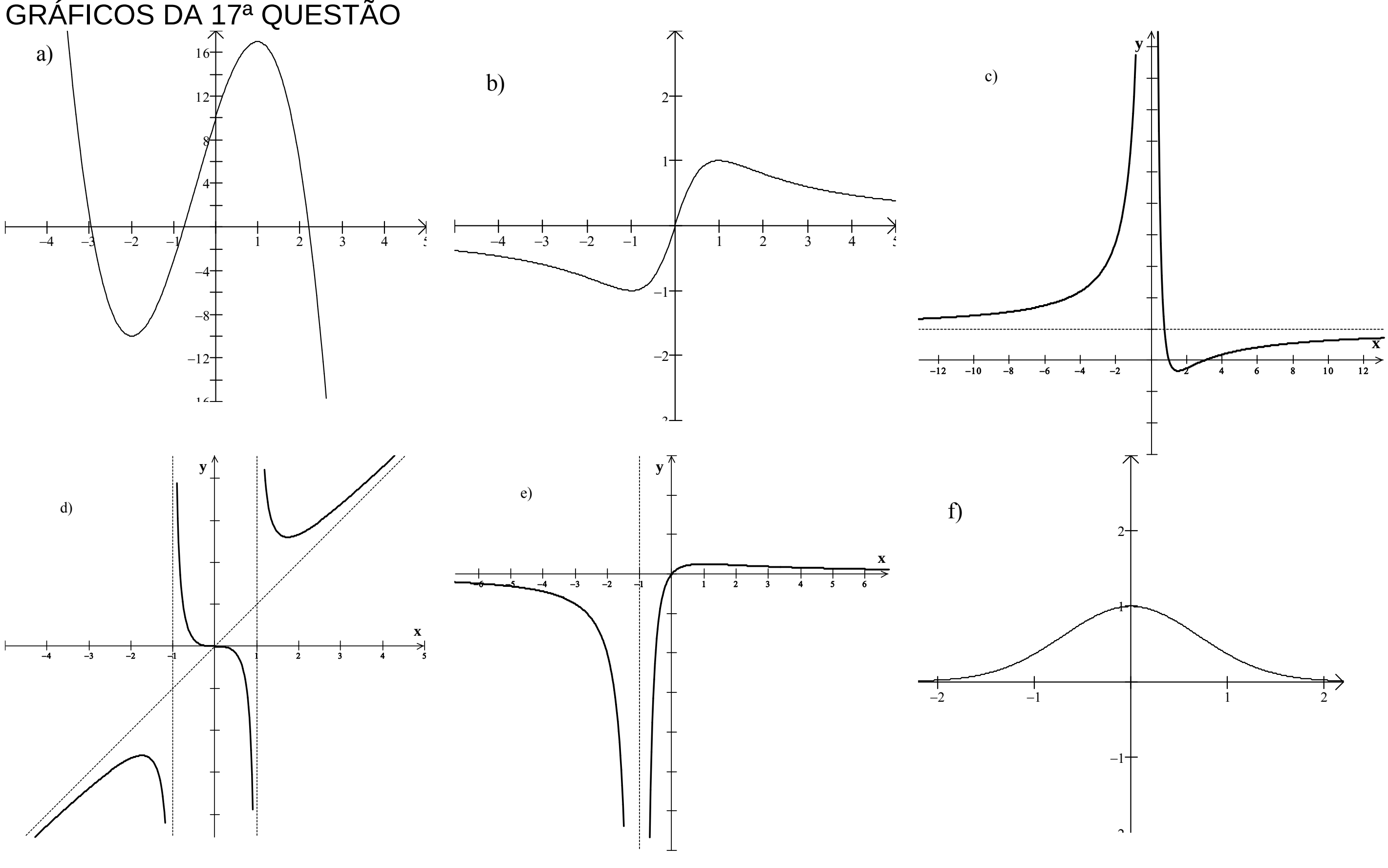
l) $D(f)=IR$; interseção com Oy: $S\left(0,\ 1+\sqrt[3]{4}\right)$; não tem assíntotas; crescente em [2, $+\infty$ [; decrescente em]- ∞ , 2[; mín. em $Q(2,1)$; não tem máx.; concavidade para baixo em]- ∞ , 2[e em]2, $+\infty$ [; não tem ponto de inflexão.

m) $D(f)=[-3,3]$; interseção com eixos em $O(0,0)$, $P(3,0)$, $Q(-3,0)$; não tem assíntotas; crescente em $[-3\sqrt{2}/2,3\sqrt{2}/2]$; decrescente em $[-3,-3\sqrt{2}/2]$ e em $[3\sqrt{2}/2,3]$; máx. em $R\left(3\sqrt{2}/2,9/2\right)$; min em

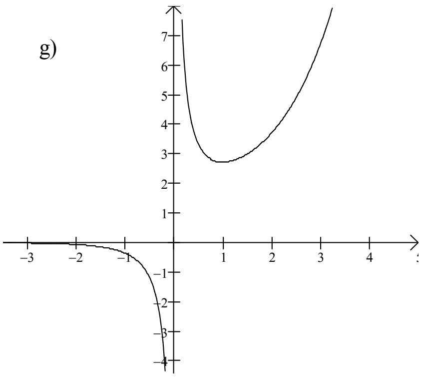
$P\left(-3\sqrt{2}/2, -9/2\right)$concavidade para cima em]-3, 0[; concavidade para baixo em]0, 3[; ponto de inflexão O(0, 0).

n) $f'(x) = \dfrac{5x+8}{3\sqrt[3]{x}}$ e $f''(x) = \dfrac{2\,(5x-4)}{9\sqrt[3]{x^4}}$; $D\,(f) = IR$; interseções com o eixo *Ox*: *P*(- 4, 0) e *O*(0, 0); interseção com eixo *Oy*: *O*(0, 0); não tem assíntotas; *f* é crescente nos intervalos $]-\infty, 8/5]$ e $[0, +\infty[$; *f* é decrescente no intervalo [- 8/5, 0] ; o gráfico de *f* tem máximo no ponto $Q(-\dfrac{8}{5}, \dfrac{12}{5}\sqrt[3]{\dfrac{64}{25}})$, onde a reta tangente é horizontal ($f'(-8/5) = 0$); o gráfico de *f* tem mínimo no ponto *O*(0, 0), onde a reta tangente é vertical; o gráfico de *f* tem concavidade voltada para baixo no intervalo $]-\infty, 4/5[$; o gráfico de *f* tem concavidade voltada para cima no intervalo $]4/5, +\infty[$; ponto de inflexão $R(\dfrac{4}{5}, \dfrac{24}{5}\sqrt[3]{\dfrac{16}{25}})$.

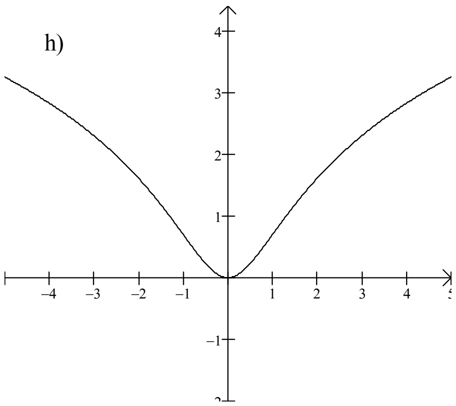
GRÁFICOS DA 17ª QUESTÃO



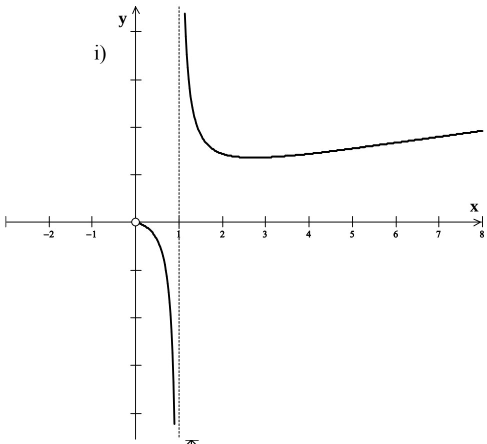
g)



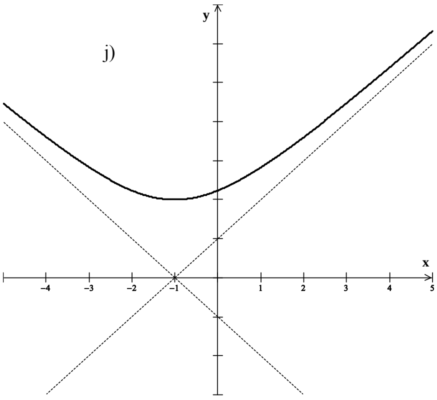
h)



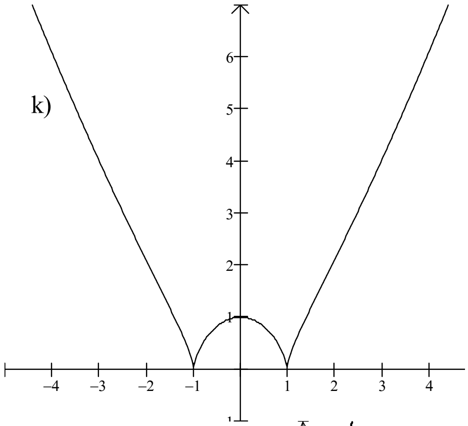
i)



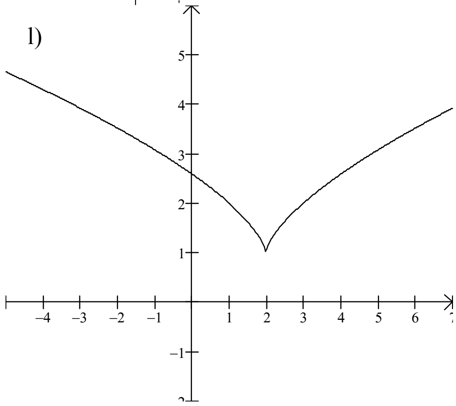
j)



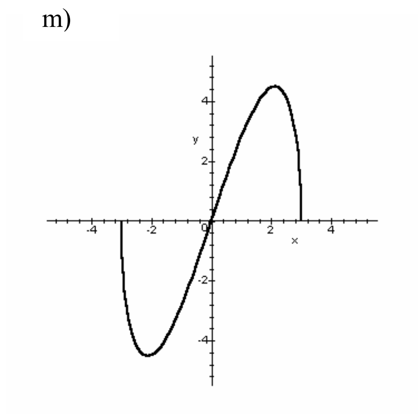
k)



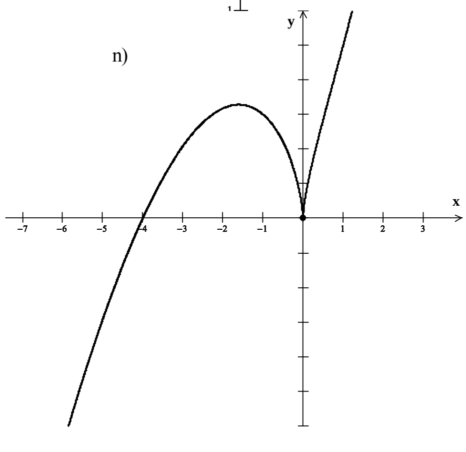
l)



m)



n)



18ª Questão:

b) área = $L^2/16$

c) base = 2, altura = 4;

d) raio = H $\sqrt{2/3}$, altura = H / $\sqrt{3}$

e) base = 4, altura = 8

f) r / h = $\sqrt{2}/2$;

g) $4 \times 4 \times 2$ dm^3

h) 9×18

i) área mínima se raio = $L\left(2\pi + 8\right)^{-1}$, lado do quadrado = $L(4 + \pi)^{-1}$;

j) $4\sqrt{3A}$;

k) base: $5x5cm^2$ e altura: $5cm$.

l) θ = $\pi/3$ rd   m) $\sqrt{50}$ Km

n) 5/3cm, 14/3cm, 35/3cm

o) $\theta = \frac{\pi}{2} rd$, isto é, o homem deve apenas caminhar sobre a margem.

p) lado = $R\sqrt{3}$, altura $3R/2$ (triângulo eqüilátero)

19ªQuestão:

a) c = 0, $P_5(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2!2^2}x^2 + \frac{1}{3!2^3}x^3 + \frac{1}{4!2^4}x^4 + \frac{1}{5!2^5}x^5$

c = 1, $P_5(x) = e^{1/2}\left(1 + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2!2^2}(x-1)^2 + \frac{1}{3!2^3}(x-1)^3 + \frac{1}{4!2^4}(x-1)^4 + \frac{1}{5!2^5}(x-1)^5\right)$

b) c = 0, $P_4(x) = -x - \frac{1}{2!}x^2 - \frac{2}{3!}x^3 - \frac{6}{4!}x^4$

$c = \frac{1}{2}$, $P_4(x) = -\ln 2 - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{2^2}{2!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2^4}{3!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3.2^5}{4!}\left(x - \frac{1}{2}\right)^4$

c) c = 0, $P_6(x) = 1 - \frac{4}{2!}x^2 + \frac{16}{4!}x^4 - \frac{64}{6!}x^6$

c = $\pi/2$, $P_6(x) = -1 + \frac{4}{2!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 - \frac{16}{4!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^4 + \frac{64}{6!}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)^6$

20ªQuestão:

a) $P_3(x) = x - \pi + \frac{(x-\pi)^3}{3}$; $R_3(x) = \frac{(16\sec^4 z.tgz + 8\sec^2 z.tg^3 z)(x-\pi)^4}{4!}$

b) $P_3(x) = 1 + \frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{8}(x-1)^2 + \frac{1}{16}(x-1)^3$; $R_3(x) = \frac{-15}{16z^3\sqrt{z}}.\frac{1}{24}(x-1)^4$

c) $P_4(x) = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2}$; $R_4(x) = \frac{e^{-z^2}}{120}(160z^3 - 120z - 32z^5)x^5$

21ªQuestão: – 0,67448; $|R_4(0,5)| < 0,2$

22ªQuestão: $P_6(x) = \frac{1}{2}(x-\pi)^2 - \frac{1}{24}(x-\pi)^4 + \frac{1}{720}(x-\pi)^6$; $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) \cong -0{,}8660331$;

$\left|R_6\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right| \leq 0{,}00002$

23ªQuestão:

a) min em x = 4   b) $\nexists$ c) max em x = 0; min em x = $\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

d) max em x = -5; min em x = 5.