INSTITUTO DE MATEMÁTICA -UFBA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MAT A01 – CÁLCULO A

3ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Atualizada em 2009.1

01.Resolva as seguintes integrais:

1.1) $\int\left(2x^3-\frac{5}{x^2}+4\right)dx$

1.2) $\int\left(\sqrt{x}-\frac{3}{x}\right)dx$

1.3) $\int\left(\frac{x^2-1}{x}\right)dx$

1.4) $\int \text{sen}(3x)dx$

1.5) $\int \sqrt{\text{sen } x}\cos x\,dx$

1.6) $\int tg^5 x\sec^2 x\,\text{dx}$

1.7) $\int \frac{x}{1+x^2}dx$

1.8) $\int \frac{dx}{x\ln x}$

1.9) $\int \frac{dx}{2x^2+5}$

1.10) $\int \frac{x}{1+x^4}dx$

1.11) $\int \frac{arctg^3 x}{1+x^2}dx$

1.12) $\int 5^{\text{sen } x}\cos x\,dx$

1.13) $\int e^{\frac{x}{3}}dx$

1.14) $\int \frac{dx}{e^{3x}}$

1.15) $\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}}dx$

1.16) $\int \frac{dx}{sen^2(3x)}$

1.17) $\int \frac{dx}{\cos^2(7x)}$

1.18) $\int \frac{dx}{5-2x}$

1.19) $\int tg\,2x\,dx$

1.20) $\int[\cot g(e^x)]e^x dx$

1.21) $\int\left(tg\,(4s)-\cot g\,(\frac{s}{4})\right)ds$

1.22) $\int\left(\sqrt{x^2+1}\right)x\,dx$

1.23) $\int \frac{x}{\sqrt{2x^2+3}}dx$

1.24) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}dx$

125) $\int \frac{\text{sen } x}{\cos^3 x}dx$

1.26) $\int \frac{1}{\sqrt{16-9x^2}}dx$

1.27) $\int \frac{dx}{\cos^2(x+1)\sqrt{tg(x+1)}}$

1.28) $\int \frac{\ln(x+1)}{x+1}dx$

1.29) $\int \frac{\text{sen } 2x}{(1+\cos 2x)^2}dx$

1.30) $\int \frac{\text{sen } 2x}{\sqrt{1+\text{sen}^2 x}}dx$

1.31) $\int \frac{\text{sen } 3x}{\sqrt[3]{\cos^4 3x}}dx$

1.32) $\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

1.33) $\int \frac{\cos(\ln x)}{x}dx$

1.34) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

1.35) $\int e^{\cos x}\,\text{sen } x\,dx$

1.36) $\int a^{x^2}x\,dx$

1.37) $\int\left(e^{2x}\right)^2 dx$

1.38) $\int \frac{e^{2x}}{2+e^{2x}}dx$

1.39) $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}dx$

1.40) $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

1.41) $\int 3^{(x^2+4x+3)}(x+2)dx$

1.42) $\int \frac{dx}{2\,\text{sen}^2 x+3\cos^2 x}$

1.43) $\int x^2\sqrt{x+1}\,dx$

1.44) $\int x\cos 2xdx$

1.45) $\int xe^{3x}dx$

1.46) $\int \ln 5xdx$

1.47) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}dx$

1.48) $\int x(\cos sex)^2 dx$

1.49) $\int t(\sec t)(tgt)dt$

1.50) $\int x^2\ln xdx$

1.51) $\int x^2e^{2x}dx$

1.52) $\int e^x \cos x dx$ 1.53) $\int arctg(3x)dx$ 1.54) $\int (x^2+2x)e^x dx$

1.55) $\int arcsen(x-2)dx$ 1.56) $\int \arccos(x)dx$ 1.57) $\int \cos(\ln x)dx$

02. Determine uma função f sabendo que $f'(x)$ é contínua e que:

2.1) $f(\pi) = 2$ e satisfaz a equação $\int f'(x)\,tgx\,dx = sen^3 x - cos\,x + C$,sendo C uma constante real.

2.2) $f(0) = 5$ e satisfaz a equação $\int arctg\,\frac{f'(x)}{x}\,dx = x^3 + C$, sendo C uma constante real.

2.3) $f(0) = 1$ e satisfaz a equação $\int (1+x^2)f'(x)\,dx = x + C$,sendo C uma constante real.

03. Em cada ponto da curva y = f(x), tem-se $\frac{d^2y}{dx^2} = tg^2(x)$. Sabendo-se que a reta tangente a essa curva no ponto (0,1) é paralela ao eixo Ox, determinar a equação da mesma.

04.Determine o valor médio de f no intervalo indicado e os valores de x em que este ocorre:

a) $f(x) = x^2$ em [0,1] b) $f(x) = a + b\cos x$ em $[-\pi, \pi]$, $a \neq 0$ e $b \neq 0$.

c) $f(x) = x(a^2 - x^2)^{1/2}$ em [-a,a], $a \neq 0$ d) $f(x) = sen^2(x)$ em $[0, \pi]$.

05. Determine a derivada $\frac{dy}{dx}$ de cada uma das funções dadas abaixo:

a) $y = \int_1^x \ln t\,dt$; x > 0 b) $y = \int_x^0 \left(1+t^2\right)^{1/2} dt$ c) $y = \int_1^{x^2} \left(1+t^4\right)^{1/2} dt$

d) $y = \int_{-x}^{x} \left(3+t^2\right)^{-1} dt$ e) $y = \int_x^{x^2} e^{-t^2} dt$ f) $\int_0^y e^t dt + \int_0^x \text{sen}\,t\,\text{dt} = 0$

g) $\int_0^y e^{-t^2} dt + \int_0^{x^2} (\text{sen}\,t)^2 dt = 0$ h) $\int_{\pi/2}^{x} \sqrt{3 - \text{sen}^2\,z}\,dz + \int_0^y \cos z\,\text{dz} = 0$

06. Sendo f definida por $f(x) = \int_0^x \left(\int_0^t \left(u^2+7\right)du \right) dt$, calcule f''.

07. Mostre que a função $f(x) = \int_a^x e^t \,\text{sen}\,t\,dt$ tem um mínimo em $x = 0$ e um máximo em x = π.

08. Determine os pontos extremos das funções:

a) $F(x) = \int_1^x e^{-t^2/2}\left(1-t^2\right)dt$ b) $F(x) = \int_0^{x^2} \frac{t^2 - 5t + 4}{2 + e^t} dt$

09. Calcule as seguintes integrais:

a) $\int_1^3 \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{x^2} dx$ b) $\int_1^0 t^2\left(\sqrt[3]{t} - \sqrt{t}\right)dt$ c) $\int_{-3}^{6} |x-4|\,dx$

10. Sendo $f(x) = \begin{cases} x^2, se\ 0 \le x \le 1 \\ \sqrt{x}, se\ 1 \le x \le 2 \end{cases}$, calcule $\int_0^2 f(x)dx$

11. Determine a área da região limitada pelas curvas:

a) $y = \cos x$, $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$

b) $y = x^2 + 1$, $y = 5$

c) $y = x^2$ e $y = 4x$

d) $y = \frac{1}{x^2}$, $y = -x^2$, $x = 1$ e $x = 2$

e) $x = y^2$, $x = 1$ e $x = 4$

f) $y = |x^2 - 4|$ e $y = 2$

g) $x = (y-2)^2$ e $x = y$

h) $f(x) = x^3$ e $g(x) = \sqrt[3]{x}$

i) $f(x) = x|x|$ e $g(x) = x^3$

j) $x = y^2 - 2$ e $x = 6 - y^2$

l) $y = 2^x$, $y = 2x - x^2$, $x = 0$ e $x = 3$.

12) Determine a expressão da integral que permite calcular a área da região do plano:

a) Exterior à parábola $y^2 = 2x$ e interior ao círculo $x^2 + y^2 = 8$.

b) Limitada pela hipérbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ e a reta $x = 2a$.

c) Comum aos círculos $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 4x$.

13. Resolva as seguintes integrais:

1) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$

2) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}$

3) $\int \frac{(x+5)dx}{2x^2 + 4x + 3}$

4) $\int \frac{x+3}{\sqrt{3 + 4x - 4x^2}} dx$

5) $\int \frac{(x+5)dx}{\sqrt{2x^2 + 4x + 3}}$

6) $\int \frac{3x+5}{\sqrt{x(2x-1)}} dx$

7) $\int \frac{x+1}{2x+1} dx$

8) $\int \frac{xdx}{(x+1)(x+3)(x+5)}$

9) $\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)}$

10) $\int \frac{x-8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$

11) $\int \frac{x^3 + 1}{4x^3 - x} dx$

12) $\int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x-1)(x^2 - 2x + 5)} dx$

13) $\int \frac{x^3 - 6}{x^4 + 6x^2 + 8} dx$

14) $\int \frac{3x-7}{x^3 + x^2 + 4x + 4} dx$

15) $\int \frac{8x - 16}{16 - x^4} dx$

16) $\int \frac{(x^2 - 2x + 3)dx}{(x^2 + 1)(x-1)^2}$

17) $\int \frac{(5x^3 + 12)dx}{x^3 - 5x^2 + 4x}$

18) $\int x\,arctg(x)dx$

19) $\int x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right) dx$

20) $\int \frac{(x+3)dx}{x(x - 2\sqrt{x} + 3)}$

21) $\int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x}}{6\sqrt[4]{x}} dx$

22) $\int \frac{dx}{\sqrt[6]{(x-2)^5}\left(\sqrt[3]{(x-2)^2} - 1\right)}$

23) $\int x.(1+x)^{\frac{2}{3}} dx$

24) $\int \frac{dx}{2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$

25) $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x^2}$

26) $\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$

27) $\int sen^3(x)dx$

28) $\int sen^2(x)\cos^3(x)dx$

29) $\int \frac{\cos^3(x)}{sen^4(x)}dx$

30) $\int \sec(2x)dx$

31) $\int \frac{sen^3(x)dx}{\sqrt[3]{\cos^4(x)}}$

32) $\int sen^2(3x)dx$

33) $\int sen^2(x).\cos^2(x)(dx$

34) $\int tg^3(x)\,dx$

35) $\int \text{sen}(5x).\text{sen}(3x).\text{dx}$

36) $\int \text{sen(x).cos(5x).dx}$

37) $\int \cot g^5(x)\cos\sec^3(x)dx$

38) $\int tg^3(x)\sec^4(x)dx$

39) $\int (tg(2x))^3\sqrt{\sec(2x)}dx$

40) $\int \frac{dx}{tg(x)-1}$

41) $\int \frac{sen(x)}{1+senx}dx$

42) $\int \frac{dx}{1-sen(x)+\cos(x)}$

43) $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x^2}dx$

44) $\int x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$

45) $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x^2}}$

46) $\int \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x}dx$

47) $\int \frac{\text{dx}}{\sqrt{(4+\text{x}^2)^5}}$

48) $\int \frac{\text{dx}}{(\text{x}+1)^4.\sqrt{\text{x}^2+2\text{x}+10}}$

49) $\int \sqrt{4+\text{x}^2}\,dx$

50) $\int \frac{\text{dx}}{(\text{x}+1)^2\sqrt{\text{x}^2+2\text{x}+2}}$

51) $\int \frac{\text{dx}}{(\text{x}^2+9)^2}$

52) $\int \frac{(\text{x}+1)\text{dx}}{(\text{x}^2+9)^2}$

53) $\int \frac{(2\text{x}+3)\text{dx}}{(\text{x}^2+2x+10)^2}$

54) $\int \frac{x^4+4x^3+11x^2+12x+8}{(x+1)(x^2+2x+3)^2}dx$

RESPOSTAS

01. 1.1) $(x^4/2) + (5/x) + 4x + c$

1.2) $(2/3)x^{3/2} - 3\ln|x| + c$

1.3) $(x^2/2) - \ln|x| + c$

1.4) $\frac{-\cos(3x)}{3} + c$

1.5) $(2/3)\sqrt{\text{sen}^3\,x} + c$

1.6) $(\text{tg}x)^6/6 + c$

1.7) $(1/2)\ln|1 + x^2| + c$

1.8) $\ln|\ln x| + c$

1.9) $(\sqrt{2}/2\sqrt{5})arctg(\sqrt{2}x/\sqrt{5}) + c$

1.10) $(1/2)\,\text{arctg}x^2 + c$

1.11) $\frac{1}{4}arctg^4 x + c$

1.12) $\frac{5^{\text{sen}\,x}}{\ln 5} + c$

1.13) $3e^{x/3} + c$

1.14) $-\frac{e^{-3x}}{3} + c$

1.15) $\text{arcsen}(e^x/2) + c$

1.16) $-\text{cotg}(3x)/3 + c$

1.17) $(\text{tg}7x)/7 + c$

1.18) $(-1/2)\ln|5 - 2x| + c$

1.19) $(-1/2)\ln|\cos 2x| + c$

1.20) $\ln|\text{sen}(e^x)| + c$

1.21) $(-1/4)\ln\left|\cos(4s)\right| - 4\ln\left|\text{sen}(s/4)\right| + c$

1.22) $\frac{1}{3}[(x^2+1)^{3/2}] + c$

1.23) $\frac{(2x^2+3)^{1/2}}{2} + c$

1.24) $\frac{1}{3}[2(x^3+1)^{1/2}] + c$

1.25) $\frac{1}{2\cos^2 x} + c$

1.26) $\frac{1}{3}arcsen\left(\frac{3x}{4}\right) + c$

1.27) $2\sqrt{tg(x+1)}+c$

1.28) $\frac{1}{2}\ln^2(x+1)+c$

1.29) $\frac{1}{2(1+\cos 2x)}+c$

1.30) $2\sqrt{1+\text{sen}^2\,x}+c$

1.31) $\frac{1}{(\cos 3x)^{1/3}}+c$

1.32) $-\frac{\arccos^3 x}{3}+c$

1.33) $\text{sen}(\ln x)+c$

1.34) $2e^{\sqrt{x}}+c$

1.35) $-e^{\cos x}+c$

1.36) $\frac{a^{x^2}}{2\ln a}+c$

1.37) $\frac{e^{4x}}{4}+c$

1.38) $\frac{\ln\left|2+e^{2x}\right|}{2}+\text{c}$

1.39) $\text{arcsen}(e^x)+c$

1.40) $\frac{4}{3}\left(1+\sqrt{\text{x}}\right)^{3/2}+\text{c}$

1.41) $\frac{3^{(x^2+4x+3)}}{2\ln 3}+c$

1.42) $\frac{\sqrt{6}}{6}arctg\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\,tgx\right)+c$

1.43) $\frac{2}{7}(x+1)^{7/2}-\frac{4}{5}(x+1)^{5/2}+\frac{2}{3}(x+1)^{3/2}+c$

1.44) $\frac{x}{2}sen2x+\frac{1}{4}\cos 2x+c$

1.45) $\frac{1}{3}xe^{3x}-\frac{1}{9}e^{3x}+c$

1.46) x ln(5x) – x + c

1.47) $-x^2\sqrt{1-x^2}-\frac{2}{3}\sqrt{(1-x^2)^3}+c$ ou $-\sqrt{1-x^2}+\frac{1}{3}\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}+c$

1.48) –x cotg$x$ + ln|sen$x$| + c

1.49) t sec$t$ – ln|sec t + tg t| + c

1.50) $\frac{x^3}{3}\left(\ln x-\frac{1}{3}\right)+c$

1.51) $\frac{1}{2}x^2e^{2x}-\frac{1}{2}xe^{2x}+\frac{1}{4}e^{2x}+c$

1.52) $\frac{1}{2}e^x\left(senx+\cos x\right)+c$

1.53) $xarctg(3x)-\frac{1}{6}\ln(9x^2+1)+c$

1.54) $x^2\,e^x+c$

1.55) $(x-2)arcsen(x-2)+\sqrt{-x^2+4x-3}+c$

1.56) $xarccos(x)-\sqrt{1-x^2}+c$

1.57) $\frac{1}{2}x\cos(\ln(x))+\frac{1}{2}xsen(\ln(x))+c$

02. 2.1) f(x) = – cos^3x + sen$x$ + 1 2.2) $f(x)=-\frac{1}{6}ln\left|cos3x^2\right|+5$ 2.3) f(x) = arctg$x$ + 1

03. $-\frac{x^2}{2}-\ln\left|\cos(x)\right|+1$

04. a) 1/3 em $(1/3)^{1/2}$ b) a em $\pm\pi/2$ c) 0 em 0 e $\pm a$ d) ½, em $\pi/4$ e $3\pi/4$

05. a) ln$x$; b) $-\left(1+x^2\right)^{1/2}$; c) $2x\left(1+x^8\right)^{1/2}$;

d) $2\left(3+x^2\right)^{-1}$; e) $2xe^{-x^4}-e^{-x^2}$ f) $y'=-e^{-y}$ sen x

g) $y' = -2xe^{y^2} sen^2(x^2)$ h) $y' = \dfrac{-\sqrt{3 - sen^2 x}}{\cos y}$

06. $f''(x) = x^2 + 7$

08. a) $x_{máx} = 1$ e $x_{mín} = -1$; b) $x_{máx} = -1$ e $x_{máx} = 1$; $x_{mín} = -2$, $x_{mín} = 0$ e $x_{mín} = 2$.

09 a) 10/3 b) -1/70 c) 53/2

10. $\dfrac{4\sqrt{2} - 1}{3}$

11. a) 2 b) 32/3 c) 32/3

d) 17/6 e) 28/3 f) $2\left(\dfrac{8\sqrt{2} + 12\sqrt{6} - 32}{3}\right)$

g) 9/2 h) 1 i) 1/6

j) 64/3 l) 7/ln2

12. 12a) $\int_{-2}^{2}\left(\sqrt{8 - y^2} + \dfrac{y^2}{2}\right)dy + 4\int_{2}^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - y^2}\,dy$ ou $2\left[\int_{-2\sqrt{2}}^{0} \sqrt{8 - x^2}\,dx + \int_{0}^{2}\left(\sqrt{8 - x^2} - \sqrt{2x}\right)dx\right]$

12b) $2\int_{0}^{b\sqrt{3}}\left(2a - \dfrac{a}{b}\sqrt{b^2 + y^2}\right)dy$ ou $2\int_{a}^{2a} \dfrac{b}{a}\left(\sqrt{x^2 - a^2}\right)dx$

12c) $2\left(\int_{0}^{1}\sqrt{4x - x^2}\,dx + \int_{1}^{2}\sqrt{4 - x^2}\,dx\right)$ ou $4\int_{0}^{\sqrt{3}}\left(\sqrt{4 - y^2} - 1\right)dy$

13.

1) $\dfrac{1}{2}arctg\dfrac{x+1}{2} + C$

2) $\dfrac{1}{4}\ln\left|\dfrac{x-5}{x-1}\right| + C$

3) $\dfrac{1}{4}\ln|2x^2 + 4x + 3| + 2\sqrt{2}.arctg[\sqrt{2}(x+1)] + C$

4) $-\dfrac{1}{4}\sqrt{3 + 4x - 4x^2} + \dfrac{7}{4}arcsen\dfrac{2x-1}{2} + C$

5) $\dfrac{1}{2}\sqrt{2x^2 + 4x + 3} + 2\sqrt{2}\ln|\sqrt{2x^2 + 4x + 3} + \sqrt{2}(x+1)| + C$

6) $\dfrac{3}{2}\sqrt{2x^2 - x} + \dfrac{23}{4\sqrt{2}}\ln\left|4x - 1 + \sqrt{8(2x^2 - x)}\right| + C$

7) $\dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}\ln|2x+1| + C$

8) $\dfrac{1}{8}\ln\left|\dfrac{(x+3)^6}{(x+5)^5(x+1)}\right| + C$

9) $\dfrac{1}{x-1} + \ln\left|\dfrac{x-2}{x-1}\right| + C$

10) $\dfrac{3}{x-2} + \ln\left(\dfrac{x-2}{x}\right)^2 + C$

11) $\dfrac{x}{4} - \ln|x| + \dfrac{1}{16}[9\ln|2x-1| + 7\ln|2x+1|] + C$

12) $\ln\left|\dfrac{(x^2 - 2x + 5)^{\frac{3}{2}}}{x-1}\right| + \dfrac{1}{2}arctg\left(\dfrac{x-1}{2}\right) + C$

13) $\ln\left|\dfrac{x^2+4}{\sqrt{x^2+2}}\right| + \dfrac{3}{2}artg\left(\dfrac{x}{2}\right) - \dfrac{3}{\sqrt{2}}arctg\left(\dfrac{x}{\sqrt{2}}\right) + C$

14) $\ln\left|\dfrac{x^2+4}{(x+1)^2}\right| + \dfrac{1}{2}arctg(x/2) + C$

15) $\ln\sqrt{4 + x^2} - \ln|2 + x| - arctg\left(\dfrac{x}{2}\right) + C$

16) $arctgx + \ln\sqrt{x^2 + 1} - \ln|x - 1| + \dfrac{1}{1-x} + C$

17) $5x+3\ln x-\frac{17}{3}\ln|x-1|+\frac{83}{3}\ln|x-4|+C$

18) $\frac{x^2}{2}arctg(x)-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}arctg(x)+c$

19) $\frac{x^2}{2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{2}\left(x-\ln(1+x)\right)+c$

20) $2\ln\sqrt{x}+2\sqrt{2}\cdot arctg\left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{2}}\right)+C$

21) $\frac{2}{27}\sqrt[4]{x^9}-\frac{2}{13}\sqrt[12]{x^{13}}+C$

22) $\frac{3}{2}\ln\left|\frac{\sqrt[6]{x-2}-1}{\sqrt[6]{x-2}+1}\right|-3arctg\sqrt[6]{x-2}+C$

23) $\frac{3}{8}(1+x)^{8/3}-\frac{3}{5}(1+x)^{5/3}+C$

24) $2\sqrt{x}-6\sqrt[3]{x}+24\sqrt[6]{x}-48\ln(2+\sqrt[6]{x})+C$

25) $\ln\left|\frac{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}\right|-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$

26) $2arctg\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}+\ln\left|\frac{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}\right|+C$

27) $\frac{1}{3}\cos^3(x)-\cos(x)+C$

28) $\frac{1}{3}sen^3(x)-\frac{1}{5}sen^5(x)+C$

29) $\csc(x)-\frac{1}{3}\csc^3(x)+C$

31) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{\cos^5(x)}+\frac{3}{\sqrt[3]{\cos(x)}}+C$

32) $\frac{x}{2}-\frac{sen\,(6x)}{12}+C$

33) $\frac{x}{8}-\frac{sen\,(4x)}{32}+C$

34) $\frac{tg^2(x)}{2}+\ln|\cos(x)|+C$

35) $\frac{1}{4}\left(sen(2x)-\frac{sen(8x)}{4}\right)+C$

36) $-\frac{\cos(6x)}{12}+\frac{\cos(4x)}{8}+C$

37) $-\frac{1}{7}(\cos\sec(x))^7+\frac{2}{5}(\cos\sec(x))^5-\frac{1}{3}(\cos\sec(x))^3+C$

38) $\frac{1}{4}(tg(x))^4+\frac{1}{6}(tg(x))^6+C$

39) $\frac{1}{5}\sqrt{(\sec(2x))^5}-\sqrt{\sec(x)}+C$

40) $\frac{\ln|tg(x)-1|}{2}-\frac{\ln(tg^2(x)+1)}{4}-\frac{x}{2}+C$

41) $\frac{2}{1+tg\left(\frac{x}{2}\right)}+x+C$

42) $-\ln|1-tg(x/2)|+C$

43) $-\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}-arcsen\frac{x}{a}+C$

44) $2arcsen\frac{x}{2}-\frac{1}{2}x\sqrt{4-x^2}+\frac{1}{4}x^3\sqrt{4-x^2}+C$

45) $-\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}+C$

46) $\sqrt{x^2-a^2}-a.\arccos\left(\frac{a}{x}\right)+C$

47) $\frac{1}{16}\left(\frac{x}{\sqrt{4+x^2}}-\frac{x^3}{3(4+x^2)\sqrt{4+x^2}}\right)+C$

48) $\frac{\sqrt{9+(x+1)^2}}{3^4(x+1)}-\frac{\sqrt{[9+(x+1)^2]^3}}{3^5(x+1)^3}+C$

49) $2\ln\left(\sqrt{4+x^2}+x\right)+\frac{x}{2}\sqrt{4+x^2}+C$

50) $-\frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{x+1}+C$

51) $\frac{x}{18(x^2+9)}+\frac{1}{54}arctg\left(\frac{x}{3}\right)+C$

52) $\frac{x-9}{18(x^2+9)}+\frac{1}{54}arctg\left(\frac{x}{3}\right)+C$

53) $\frac{x-17}{18(x^2+2x+10)}+\frac{1}{54}arctg\left(\frac{x+1}{3}\right)+C$

54) $-\frac{x+2}{2(x^2+2x+3)}-\frac{\sqrt{2}}{4}arctg\left(\frac{x+1}{\sqrt{2}}\right)+\ln|x+1|+C$