INSTITUTO DE MATEMÁTICA DA UFBA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

MAT 195 – CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

Atualizada em 2006.1

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS

Derivadas de Funções Compostas

01. Para cada uma das funções seguintes, determine as derivadas indicadas:

a) $f(u) = u^2,\ u(x) = x^3 - 4,\ (f \circ u)'(x)$ e $(f \circ u)'(1)$;

b) $y = u\, sen(u),\ u = x^2,\ \dfrac{dy}{dx}$ e $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{\left(x_o = \sqrt{\pi}\right)}$;

c) $f(u) = \sqrt[3]{u^2}$, $u(x) = \dfrac{x+1}{x^2+1}$, $(f \circ u)'(x)$ e $(f \circ u)'(1)$;

d) $f(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x}}$, $f'(x)$ e $f'(4)$;

e) $f(x) = x.sen(\frac{\pi}{5} + 3x) + \cos^2(\frac{\pi}{5} + x)$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

f) $f(t) = 2^{3t} + 2^{-3t}$, $f'(t)$ e $f'(0)$;

g) $f(x) = \ln\left(\sqrt{\dfrac{1+senx}{1-senx}}\right)$, $f'(x)$ e $f'\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)$;

h) $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

i) $f(x) = \ln\left[tg\left(x^3 - x + e^x\right)\right]$, $f'(x)$ e $f'(0)$;

02. Encontre a expressão da segunda derivada das funções dos seguintes itens da primeira questão e o seu valor nos pontos indicados:

a) No ponto de abscissa $x_0 = 1$, no item a)

b) No ponto de abscissa $x_0 = \sqrt{\pi}$, no item b)

c) No ponto de abscissa $x_0 = 0$, no item g)

d) No ponto de abscissa $x_0 = 0$, no item h)

03. Para cada um dos itens a seguir determinar:

a) $f'(3)$, sendo $f(5 + 2x) + f(2x^2 + 1) = 4x^2 + 4x + 2$;

b) $f'(0)$, sendo $f(senx - \frac{\sqrt{3}}{2}) = f(3x - \pi) + 3x - \pi$, $x \in \left[\dfrac{-\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$;

c) $(g \circ f \circ h)'(2)$, sabendo que $f(0) = 1$, $h(2) = 0$, $g'(1) = 5$, $f'(0) = h'(2) = 2$;

d) a função g sabendo que $(f \circ g)'(x) = 24x + 34$, $f(x) = 3x^2 + x - 1$ e $g'(x) = 2$.

Derivadas de Funções Inversas

04. Determine a expressão de $\left(f^{-1}\right)'(f(x))$, lembrando-se que $\left(f^{-1}\right)'(f(x)) = \dfrac{1}{f'(x)}$:

a) $f(x) = x^2 + 4x - 2$;

b) $f(x) = \dfrac{3x-2}{x+2}$;

c) $f(x) = 3 + \cos(2x)$, $0 < x < \pi/2$;

d) $f(x) = sen(\ln x)$, $e^{-\pi/2} < x < e^{\pi/2}$;

e) $f(x) = x + e^x$.

05. Calcule $(f^{-1})'(a)$, a partir das expressões calculadas na questão anterior.

a) $a = f(2)$

b) $a = f(6)$

c) $a = 3$

d) $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

e) $a = 1$

06. Ache a expressão da derivada de cada uma das seguintes funções:

a) $f(x) = arctg(2x + 1)$

b) $f(x) = 1 - arcsen(2x^3)$

c) $f(x) = x + 3^{arctg(x^2)}$

d) $f(x) = \ln(\arccos(x^3 + 1))$

e) $f(x) = \log_3[\text{arccotg}(\sqrt{x})]$

f) $f(x) = (3+\pi)^{x^2}$

g) $f(x) = (x + 2)^x$

h) $f(x) = (1+e^x)^{x^2}$

i) $f(x) = (4 + sen(3x))^x$

07. Determinar a derivada da função g sabendo que g é a inversa da função f, isto é, $g = f^{-1}$.

a) $f'(x) = \sqrt{1 - f^2(x)}$;

b) $f^2(x) + 2f(x) = 5x$;

c) $\ln(f^2(x)) + 2f(x) = x$, para $f(x) \neq 0$ e $f(x) \neq -1$.

Derivadas de funções dadas na forma implícita

08. Calcule a expressão e o valor no ponto dado das derivadas indicadas abaixo:

a) $x^2 + y^2 = 4, \dfrac{dy}{dx}$, no ponto $P(1, \sqrt{3})$, e $\dfrac{dx}{dy}$, no ponto Q($\sqrt{3}$,1);

b) $y^4 + 3y - 4x^2 = 5x + 1$ $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto P(0, -1);

c) $y - x - \dfrac{1}{4}sen(y) = 0$, $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto de ordenada $\dfrac{\pi}{2}$;

d) $e^y + xy = e$, y', no ponto de ordenada 1;

e) $xy^2 + y^3 = 2x - 2y + 2$, y', no ponto de abscissa e ordenada possuem o mesmo valor.

09. Calcule a segunda derivada e o seu valor nos pontos indicados das letras ***a, c*** e ***d*** da questão anterior.

Derivadas de funções dadas na forma paramétrica

10. Calcule as expressões das derivadas e os seus respectivos valores nos pontos dados:

a) $\begin{cases} x = \text{sen}\, t \\ y = \text{sen}\, 2t \end{cases}, t \in [-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}]$, $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto $t = \dfrac{\pi}{6}$;

b) $\begin{cases} x = 6t(1+t^2)^{-1} \\ y = 6t^2(1+t^2)^{-1} \end{cases}, 0 \le t \le 1$, $\dfrac{dy}{dx}$, no ponto de abscissa $\dfrac{12}{5}$;

c) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, função dada na letra ***a***;

d) $\begin{cases} x = e^{-t} \\ y = e^{3t} \end{cases}, \dfrac{d^2y}{dx^2}$.

11. Verifique se:

a) $\begin{cases} x = \sec(t) \\ y = \ln[\cos(t)] \end{cases}, t \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$, satisfaz a equação: $\dfrac{d^2y}{dx^2} + e^y.\dfrac{dy}{dx} = 0$

b) $\begin{cases} x = \text{arcsen}(t) \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}, t \in [-1, 1]$, satisfaz a equação: $\text{sen}\, x.\dfrac{d^2y}{dx^2} - y.\dfrac{dy}{dx} = 0$

Reta tangente e reta normal

12. Determinar uma equação da reta tangente e da reta normal ao gráfico de cada função abaixo, nos pontos indicados:

a) $y = arctg^2(x)$, no ponto de abscissa $\sqrt{3}$;

b) $y = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 8x$, nos pontos em que $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 0$;

c) $\sqrt{y} - \sqrt[3]{x} = 1 + x$, no ponto de abscissa $x_0 = 1$;

d) $6x^2 + 13y^2 = 19$, nos pontos onde a normal é paralela à reta $26x - 12y - 7 = 0$;

e) de f^{-1} no ponto P(5,2), sabendo que $f(x) = x^3 - x^2 + 1$, $x > \dfrac{2}{3}$;

f) $\begin{cases} x = t \\ y = t + 2arctg(t) \end{cases}$, com t = 1;

g) de f^{-1} no ponto P(1,3) sabendo-se que $y = f(x)$ está definida implicitamente por $xy^2 + y^3 = 2x - 2y$.

Taxa de variação

13. Resolva os problemas a seguir:

a) A equação do movimento de uma partícula é $s(t) = \sqrt[3]{t+2}$, s em metros, t em segundos. Determinar:

a.1) o instante em que a velocidade é de 1/12 m/s;

a.2) a distância percorrida até esse instante;

a.3) a aceleração da partícula quando t = 2 seg.

b) Em economia a taxa de variação instantânea do custo total de produção em relação ao número de unidades produzidas denomina-se **custo marginal**. Freqüentemente, é uma boa aproximação do custo de produção de uma unidade adicional.
Sendo $C(q)$ o custo total de produção de Q unidades, então, o custo marginal é igual a $C'(q)$, que é aproximadamente o custo de produção de uma unidade adicional, ou seja,

$$C'(q) \approx \text{custo de produção da } (q + 1)\text{-ésima unidade}$$

Sendo assim, suponha que o custo total para se fabricar Q unidades de um certo produto seja de $C(q) = 3q^2 + 5q + 10$

b.1) Deduza a fórmula do custo marginal

b.2) Calcule o custo de produção da 51ª unidade empregando aproximação fornecida pelo custo marginal.

b.3) Calcule o custo real de produção da 51ª unidade.

c) Certo estudo ambiental em uma comunidade suburbana indicou que o nível médio diário de CO no ar será de $C(p) = \sqrt{0{,}5p^2 + 17}$ partes por milhão quando a população for de p milhares de habitantes. Calcula-se que daqui a t anos a população será de $p(t) = 3{,}1 + 0{,}1t^2$ milhares de habitantes. Qual será a taxa de variação em relação ao tempo do CO daqui a três anos?

d) Um garoto empina uma pipa que está a uma altura de 40m. Se a linha está esticada, com que velocidade deve o garoto soltar a linha para que a pipa permaneça a uma altura constante com velocidade de 3m/seg, quando a mesma está a 50m do garoto? (Não considere a altura do garoto).

e) Um automóvel que viaja à razão de 30m/s , aproxima-se de um cruzamento. Quando o automóvel está a 120m do cruzamento, um caminhão que viaja à razão de 40m/s atravessa o cruzamento. O automóvel e o caminhão estão em rodovias que formam um ângulo reto uma com a outra.

e.1) Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 2s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

e.2) Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 4s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

e.3) Com que velocidade afastam-se o automóvel e o caminhão 6s depois do caminhão passar pelo cruzamento?

f) Uma escada com 13m de comprimento está apoiada numa parede vertical e alta. Num determinado instante a extremidade inferior, que se encontra a 5m da parede, está escorregando, afastando-se da parede a uma velocidade de 2m/seg.

f.1) Com que velocidade o topo da escada está deslizando neste momento?

f.2) Um homem está parado sobre a escada e no instante em questão ele se encontra a 8m do solo. Com que velocidade vertical estará se aproximando do solo neste momento?

g) Uma lâmpada é colocada em um poste está a 5m de altura. Se um homem de 2m de altura caminha afastando-se do poste à razão de 5m/s :

g.1) Com que velocidade se alonga a sombra?

g.2) A que razão se move a extremidade da sombra do homem?

h) Um lado de um retângulo está crescendo a uma taxa de 17cm/min e o outro lado está decrescendo a uma taxa de 5cm/min. Num certo instante, os comprimentos desses lados são 10cm e 7cm, respectivamente. A área do retângulo está crescendo ou decrescendo neste instante? A que velocidade?

i) Um navio, com direção e velocidade desconhecidas, navega em linha reta próximo a uma costa retilínea. Um observador situado na costa mede a distância r dele ao navio e o ângulo ϕ entre a costa e a linha que contém a distância dele ao navio (r). Em um certo instante encontra r = 6m, $\phi = \pi/3$ rd e que a velocidade com que o navio se afasta dele é de 3m/seg, enquanto o ângulo ϕ está diminuindo a 3rd/seg. Qual a taxa de variação da distância do navio à costa neste instante?

j) A altura de um triângulo isósceles mede 3m e o ângulo do vértice é 2θ. Se θ cresce com velocidade de 0,01 rd/seg, como varia a área do triângulo no instante em que $\theta = \dfrac{\pi}{3}$ rd ?

k) Uma bola de neve esférica é formada de tal maneira que seu volume aumenta à razão de 8cm^3/min. Como está variando o raio no instante em que a bola tem 4cm de diâmetro?

l) Uma calha horizontal possui 20m de comprimento e tem uma seção transversal triangular isósceles de 8cm de base no topo e 10cm de profundidade (altura referida à base na parte superior). Devido a uma tempestade a água em seu interior está se elevando a uma razão de 1/2cm/min no instante em que está a 5cm de profundidade. Com que velocidade o volume de água está crescendo nesse instante?

m) Despeja-se água num recipiente de forma cônica, à razão de 8cm^3/min. O cone tem 20cm de profundidade e 10cm de diâmetro em sua parte superior. Se existe um furo no fundo, e o nível da água está subindo à razão de 1mm/min, com que velocidade a água estará escoando quando esta estiver a 16cm do fundo?

n) Uma lâmpada acha-se no topo de um poste de 50m de altura. Dessa mesma altura, deixa-se cair uma bola, a uma distância de 30m do poste. Com que velocidade se move no solo a sombra da bola 1/2seg depois? Suponha que a bola em sua queda percorre a distância $s = 15t^2$ em t segundos.

Diferencial

14. Seja A = L^2, L > 0 (área de um quadrado de lado L)
a) Calcule a diferencial dA;
b) Interprete geometricamente o erro que se comete na aproximação de ΔA por dA.

15. Seja V = $\dfrac{4}{3}\pi r^3$. r > 0, (volume da esfera de raio r). Calcule o diferencial dV.

16. Seja y = $x^2 + 3x$.
a) Calcule o diferencial dy.
b) Calcule o erro que se comete na aproximação de Δy por dy.

17. Calcule o diferencial de cada uma das seguintes funções:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, para x e Δx qualquer;

b) $f(t) = e^{-t}$ sent, para t e Δt qualquer;

c) $f(x) = cosx$, para x = $\pi/6$ e Δx = $\pi/36$.

18. Use diferencial para encontrar um valor aproximado para:

a) ln(1,001)

b) $\cos 29^0$

c) $\sqrt[3]{0{,}0075}$

19. Uma manilha deve ter revestimento externo com espessura de (1/2) cm. Se o raio interno é de 1m e a altura é 3m, usando diferencial determine a quantidade de revestimento que deve ser usada.

Regra de L´Hospital

20. Calcular os seguintes limites:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^x - 3^x}{x}$

b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\text{sen}(\pi\, x)}{2-x}$

c) $\lim\limits_{x\to \pi/2} (secx - tgx)$

d) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left[3x\left(1-e^{1/x}\right)\right]$

e) $\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{1}{x-1}\right]$

f) $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{(1/\ln x)}$

g) $\lim\limits_{x\to 1} (1-x).tg(\dfrac{\pi\, x}{2})$

h) $\lim\limits_{x\to 0^+} (x\, lnx)$

i) $\lim\limits_{x\to \pi/2^-} (tgx)^{\text{sen}\, 2x}$

j) $\lim\limits_{x\to 0^+} (1+\text{sen}\, x)^{2/x}$

l) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$

m) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\text{sen}(1/x)}{arctg(1/x)}$

n) $\lim\limits_{x\to 1/2^-} \dfrac{\ln(1-2x)}{tg(\pi x)}$

o) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x + \text{sen}\, x - 1}{\ln(1+x)}$

p) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{\sqrt[3]{1+2x}+1}{x+\sqrt{2+x}}$

q) $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(e^x + x\right)^{2/x}$

21. Se $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\dfrac{ax+1}{ax-1}\right]^x = 9$, determinar *a*.

Respostas

1ª Questão

a) $(f \circ u)'(x) = 6x^2(x^3 - 4)$

$(f \circ u)'(1) = -18$

b) $\dfrac{dy}{dx} = 2x(\text{sen}(x^2) + x^2 \cos(x^2))$

$\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{(x_o=\sqrt{\pi})} = -2\pi\sqrt{\pi}$

c) $(f \circ u)'(x) = \dfrac{2}{3}\sqrt[3]{\dfrac{x^2+1}{x+1}}.\dfrac{1-2x-x^2}{(x^2+1)^2}$

$(f \circ u)'(1) = -\dfrac{1}{3}$

d) $f'(x) = \dfrac{1}{4\sqrt{x+x\sqrt{x}}}$

$f'(4) = \dfrac{\sqrt{3}}{24}$

e) $f'(x) = \text{sen}(\frac{\pi}{5}+3x) + 3x.\cos(\frac{\pi}{5}+3x) - \text{sen}(\frac{2\pi}{5}+2x)$

$f'(0) = \text{sen}(\frac{\pi}{5}) - \text{sen}(\frac{2\pi}{5})$

f) $f'(t) = 3\ln(2).(2^{3t} - 2^{-3t})$

$f'(0) = 0$

g) $f'(x) = \sec x$

$f'(\frac{4\pi}{3}) = -2$

h) $f'(x) = \dfrac{4}{(e^x + e^{-x})^2}$

$f'(0) = 1$

i) $f'(x) = 2.(3x^2 - 1 + e^x).\cos\sec[2.(x^3 - x + e^x)]$

$f'(0) = 0$

2ª Questão:

a) $(f \circ u)''(x) = 30x^4 - 48x$

$(f \circ u)''(1) = -18$

b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = 2.\text{sen}(x^2)(1-2x^4) + 10x^2\cos(x^2)$

$\left(\dfrac{d^2y}{dx^2}\right)_{(x_0=\sqrt{\pi})} = -10\pi$

c) $(f)''(x) = \sec x \, tg x$

d) $(f)''(0) = 0$

d) $f''(x) = -\dfrac{8.(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^3}$

$(f)''(0) = 0$

3ª Questão:

a) $f'(3) = 2$

b) $f'(0) = -\dfrac{6}{5}$

c) $(g \circ f \circ h)'(2) = 20$

d) $g(x) = 2x + \dfrac{8}{3}$

4ª Questão:

a) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{2x+4}$

b) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{(x+2)^2}{8}$

c) $(f^{-1})'(f(x)) = -\dfrac{1}{2}.\cos\sec(2x)$

d) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{x}{\cos(\ln x)}$

e) $(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{1+e^x}$

5ª Questão:

a) $(f^{-1})'(10) = \dfrac{1}{f'(2)} = \dfrac{1}{8}$

b) $(f^{-1})'(2) = \dfrac{1}{f'(6)} = 8$

c) $(f^{-1})'(3) = \dfrac{1}{f'(\frac{\pi}{4})} = -\dfrac{1}{2}$

d) $(f^{-1})'(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \dfrac{1}{f'(e^{\frac{\pi}{4}})} = \sqrt{2}.e^{\frac{\pi}{4}}$

e) $(f^{-1})'(1) = \dfrac{1}{f'(0)} = \dfrac{1}{2}$

6ª Questão:

a) $f'(x)=\dfrac{1}{2x^2+2x+1}$

b) $f'(x)=-\dfrac{6x^2}{\sqrt{1-4x^6}}$

c) $f'(x)=1+\dfrac{2x.\ln(3).3^{\arctan(x^2)}}{1+x^4}$

d) $f'(x)=-\dfrac{3x^2}{\sqrt{1-(x^3+1)^2}.\arccos(x^3+1)}$

e) $f'(x)=-\dfrac{1}{2.\ln(3).\sqrt{x}.(1+x).\text{arccotg}(\sqrt{x})}$

f) $(f)'(x) = (3+\pi)^{x^2}\,[\,2x\ln(3+\pi))]$

g) $(f)'(x) = (x+2)^x\,[\,\ln(x+2)+\dfrac{x}{x+2}]$

h) $(f)'(x) = (1+e^x)^{x^2}\,[2x\ln(1+e^x)+\dfrac{x^2e^x}{1+e^x}]$

i) $(f)'(x) = (4+sen3x)^x\,[\,\ln(4+sen3x)+\dfrac{3x\cos 3x}{4+sen3x}]$

7ª Questão:

a) $g'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $g'(x)=\dfrac{2(x+1)}{5}$

c) $g'(x)=\dfrac{2.(1+x)}{x}$

8ª Questão:

a) $y'=-\dfrac{x}{y}$ $\qquad y'_p=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$x'=-\dfrac{y}{x}$ $\qquad x'_q=-\sqrt{3}$

b) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{8x+5}{4y^3+3}$ $\qquad y'_p=-5$

c) $y'=\dfrac{4}{4-\cos y}$ $\qquad y'_p=1$

d) $y'=-\dfrac{y}{e^y+x}$ $\qquad y'_p=-\dfrac{1}{e}$

e) $y'=\dfrac{2-y^2}{2xy+3y^2+2}$ $\qquad y'_p=\dfrac{1}{7}$

9ª Questão:

a) $y''=-\dfrac{y^2+x^2}{y^3}$ $\qquad y''_p=-\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$

b) $y''=-\dfrac{16sen(y)}{(4-\cos y)^3}$ $\qquad y''_p=-\dfrac{1}{4}$

c) $y''=\dfrac{2ye^y+2xy-e^yy^2}{(e^y+x)^3}$ $\qquad y''_p=\dfrac{1}{e^2}$

10ª Questão

a) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2.\cos(2t)}{\cos(t)}$ $\qquad \left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{(t=\frac{\pi}{6})}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

b) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{2t}{1-t^2}$; para $x=\dfrac{12}{5}$, temos $t=\dfrac{1}{2}$, logo $\left(\dfrac{dy}{dx}\right)_{t=1/2}=\dfrac{4}{3}$

c) $\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{2\cos(2t).\text{sen}(t)-4.\text{sen}(2t).\cos(t)}{\cos^3(t)}$

d) $\dfrac{d^2y}{dx^2}=12.e^{5t}$

11ª Questão:

a) $\dfrac{dy}{dx}=-\cos(t)$, $\qquad \dfrac{d^2y}{dx^2}=\cos^2(t)$, $\qquad$ Verifica!

b) $\dfrac{dy}{dx}=-t$, $\qquad \dfrac{d^2y}{dx^2}=-\sqrt{1-t^2}$, $\qquad$ Verifica!

12ª Questão:

a) Reta Tangente: $y-\dfrac{\pi^2}{9}=\dfrac{\pi}{6}(x-\sqrt{3})$

Reta Normal: $y-\dfrac{\pi^2}{9}=-\dfrac{6}{\pi}(x-\sqrt{3})$

b) Reta Tangente: $y-32=24(x-2)$

Reta Normal: $y-32=-\dfrac{1}{24}(x-2)$

c) Reta Tangente: $y-9=8(x-1)$

Reta Normal: $y-9=-\frac{1}{8}(x-1)$

d) Para x = 1, reta tangente $y-1=-\frac{6}{13}(x-1)$

Reta Normal: $y-1=\frac{13}{6}(x-1)$

Para x = – 1, Reta Tangente: $y+1=-\frac{6}{13}(x+1)$

Reta Normal: $y+1=\frac{13}{6}(x+1)$

e) Reta Tangente: $y-2=\frac{1}{8}(x-5)$

Reta Normal: $y-2=-8(x-5)$

f) Reta Tangente: $y-(1+\frac{\pi}{2})=2(x-1)$

Reta Normal: $y-(1+\frac{\pi}{2})=-\frac{1}{2}(x-1)$

g) Reta Tangente: $y-3=11(x-1)$

Reta Normal: $y-3=-\frac{1}{11}(x-1)$

13ª Questão:

a) a.1) 6 Seg
a.2) 2 m
a.3) $-\frac{1}{36\sqrt[3]{2}}$ m/s

b) b.1) $6q+5$
b.2) R$ 305,00
b.3) R$ 308,00

c) 0,24 partes por milhão ao ano

d) 9/5 m/s

e) e.1) 14m/s
e.2) 40m/s
e.3) $\frac{190}{\sqrt{17}}$ m/s

f) f.1) 5/6 m/s se aproximando do solo
f.2) 5/9 m/s se aproximando do solo

g) g.1) 10/3 m/s
g.2) 25/3 m/s

h) A área está crescendo a 69 $\text{cm}^2/\text{mi}n$

i) $\frac{18-3\sqrt{3}}{2}$ m/s se aproximando da costa

j) 0,36 m^2/seg

k) $\frac{1}{2\pi}$ cm/min

l) 4.000 cm^3/min

m) (8 – 1,6π) cm^3/min

n) 1600 m/seg se aproximando do poste

14ª Questão

a) dA = 2L dL

15ª Questão

a) $dV = 4\pi r^2\, dr$

16ª Questão

a) dy = (2x + 3)dx

b) $(dx)^2$

17ª Questão

a) $dy = -2x\,(x^2+1)^{-2}$

b) $df = -e^{-t}(\text{sent} - \cos t)\, dt$

c) – 0,0436

18ª Questão

a) 0,001

b) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{180.2}\approx 0{,}87475$

c) 0,1958

19ª Questão

$3\pi 10^{-2}\ \text{m}^2$

20ª Questão:

a) $\ln(\frac{2}{3})$ b) $-\pi$

c) 0 d) -3

e) $\frac{1}{2}$ f) e

g) $\frac{2}{\pi}$ h) 0

i) 1 j) e^2

l) e m) 1

n) 0 o) 2

p) $\frac{4}{9}$ q) e^2

21ª Questão: $\frac{1}{\ln 3}$